

УДК 517.9

Гончарук В. – ст. гр. ХО-11

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

МЕТОДИКА РОЗВ'ЯЗАННЯ ДЕЯКИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ В ЗАДАЧИХ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ

Науковий керівник Габрусєва І. Ю.

Noncharuk V.

Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University

A METHOD FOR SOLUTION OF SOME INTEGRAL EQUATIONS IN PROBLEMS OF MATHEMATICAL PHYSICS

Supervisor Habrusieva I. Y.

Ключові слова: інтегральні рівняння, функції Бесселя.

Keywords: integral equations, Bessel functions.

В процесі розв'язання багатьох крайових задач математичної фізики виникає необхідність побудови розв'язку інтегральних рівнянь, ядра яких містять функції Бесселя [1]. Припустимо, що нами отримано рівняння

$$\int_0^{\infty} \eta F_j(\eta) \varphi(\eta) J_0(r\eta) d\eta = f_j(r), \quad r \in I_j \quad (j = \overline{1,5});$$
$$f_j(r) = 0, \quad F_j(\eta) = F(\eta) \quad (j = 1,3,5);$$
$$I_1 = (0;a); \quad I_2 = (a;b); \quad I_3 = (b;c); \quad I_4 = (c;d); \quad I_5 = (d;\infty).$$
(1)

Використовуючи функцію Хевісайда $U(r)$ та ввівши дві невідомі функції $x(r)$ та $y(r)$, співвідношення (1) при $j = 1,3,5$ продовжимо на весь проміжок $0 \leq r < \infty$

$$\int_0^{\infty} \eta F(\eta) \varphi(\eta) J_0(r\eta) d\eta = x(r)[U(r-a) - U(r-b)] +$$
$$+ y(r)[U(r-c) - U(r-d)], \quad 0 \leq r < \infty,$$
(2)

Враховуючи неперервність $\varphi(\eta)$, функції $x(r)$ та $y(r)$ доцільно шукати у вигляді:

$$x(r) = \sum_{n=1}^N a_n L_n(r, \lambda_n, a), \quad y(r) = \sum_{n=1}^N b_n L_n(r, \gamma_n, c), \quad L_n(b, \lambda_n, a) = 0, \quad L_n(d, \gamma_n, c),$$
$$L_n(r, \alpha, \beta) = J_0\left(\frac{\alpha}{\beta} r\right) N_0(\alpha) - J_0(\alpha) N_0\left(\frac{\alpha}{\beta} r\right).$$
(3)

Застосовуючи до співвідношення (2) формулу обернення інтегрального перетворення Ханкеля [2] одержимо

$$\varphi(\eta) = \frac{1}{F_5(\eta)} \left[\int_a^b r x(r) J_0(r\eta) dr + \int_c^d r y(r) J_0(r\eta) dr \right].$$
(4)

Вимагаючи виконання (1) при $j = 2,4$ із використанням співвідношень (4) та (3) одержимо систему лінійних рівнянь відносно невідомих a_n та b_n .