

УДК621.326

Поліщук А. – гр. ОПК–121

Технічний коледж Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя

РІВНЯННЯ З ПАРАМЕТРАМИ

Науковий керівник: викладач вищої категорії Кметь З.І.

Polishchuk A. – group OPK–121

Technical college Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University

EQUATION WITH PARAMETERS

Supervisor: highest category teacher Kmet' Z.I.

Ключові слова: рівняння, параметри.

Keywords: equation, parameters.

Вивчення багатьох фізичних явищ, процесів і геометричних перетворень тісно пов'язані із розв'язуванням задач з параметрами.

Навички розв'язування рівняння з параметрами, знання деяких їх особливостей потрібні фахівцям в будь-якій області наукової і практичної діяльності.

Параметр – це коефіцієнти при невідомих або вільні члени задані не конкретними числами, а позначені буквами.

Основні типи рівнянь з параметрами:

- 1) рівняння, які потрібно розв'язати для всіх значень параметра;
- 2) рівняння, де потрібно знайти кількість розв'язків залежно від значення параметра;
- 3) рівняння, де потрібно знайти значення параметра, при яких дане рівняння має певну кількість розв'язків;
- 4) рівняння, де потрібно знайти значення параметра, при яких безліч розв'язків задовольняють заданим умовам.

Методи розв'язування рівнянь з параметрами:

- 1) аналітичний;
- 2) графічний;
- 3) розв'язування щодо параметра, тобто коли параметр є ще однією змінною.

Алгоритм розв'язування рівнянь з параметрами.

- 1) Дане рівняння звести до виду $ax = b$.
- 2) Розглянути три випадки:

а) $a \neq 0, b \in R$, то $x = \frac{a}{b}$.

б) $a = 0, b = 0$, то $0x = 0, x \in R$.

в) $a = 0, b \neq 0, 0x = b$. Розв'язків немає.

Відповідь: а) $x = \frac{a}{b}, a \neq 0, b \in R$;

б) $x \in R, a = 0, b = 0$;

в) розв'язків немає, $a = 0, b \neq 0$.

Приклад: Для яких значень параметра a рівняння $\frac{a}{2a-1} - \frac{1}{2a-1} = \frac{2}{x+1}$ має цілі корені?

Розв'язання:

$$\frac{a}{2a-1} = \frac{2}{x+1}, x \neq 1$$

Значення $a = \frac{1}{2}$ то $a = 1 \notin \text{ОДЗ}; x \neq 1$.

Тоді: $(a-1)(x+1) = 2(2a-1); x+1 = \frac{2(2a-1)}{a-1}; x = \frac{4a-2}{a-1} - 1; x = \frac{3a-1}{a-1}$.

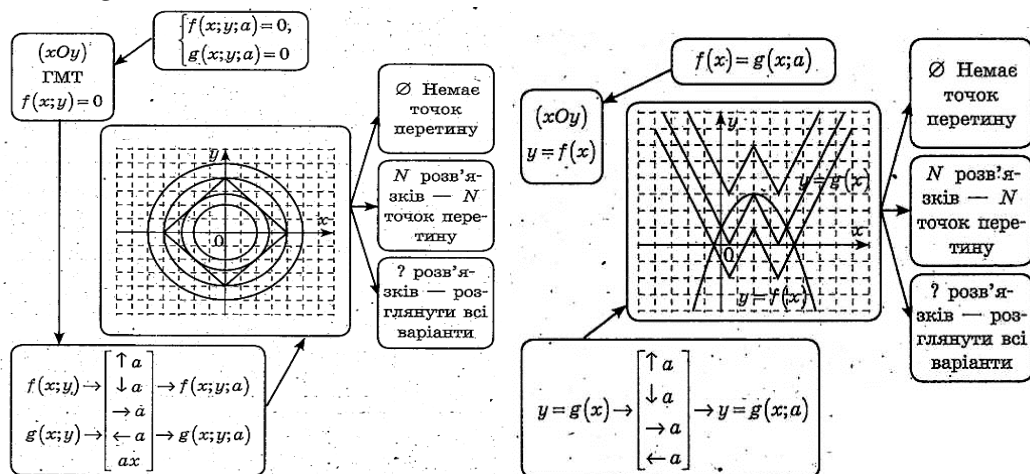
За умовою $x \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}, x = k$, тому: $\frac{3a-1}{a-1} = k; 3a-1 = ak - k; (k-3)a = k-1$.

Якщо $k \neq 3$, то $a = \frac{k-1}{k-3}$ і $a \neq 1$. Якщо $a \neq \frac{1}{2}$, то $\frac{k-1}{k-3} \neq \frac{1}{2}$ і $x \neq -1$.

Відповідь: $x = \frac{3a-1}{a-1}$, якщо $a = \frac{k-1}{k-3}$, де $k \in \mathbb{Z}, k \neq -1; k \neq 3$.

Алгоритм розв'язування рівнянь з параметром графічним способом.

$$F(x) = g(x; a)$$



Приклад. При якому найменшому значенні параметра a рівняння має єдиний розв'язок?

$$|x-1| - |2x+2| = 3.$$

$$|x-a| = |2x+3| + 3.$$

Графіком функції $y = |x-a|$ є «сім'я» кутів з вершиною в точці $(a; 0)$ та сторонами кута, напрямленими вгору;

Графіком функції $y = |2x+2| + 3$ є кут з вершиною в точці $(-1; 3)$.

Рівняння має єдиний розв'язок тоді, коли графік функції $y = |x-a|$ проходить через точку $(-1; 3)$.

$$|-1-a| = 3; \begin{bmatrix} -1-a=3 \\ -1-a=-3 \end{bmatrix}, \text{отже} \begin{bmatrix} a=-4 \\ a=2 \end{bmatrix}.$$

Відповідь: $a = -4$.