

УДК 517.9

Палиця М. – ст. гр. ЕТ-11

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ЗАДАЧА ПРО РОЗПОДІЛ ТЕПЛА В ПРОВІДНИКУ

Науковий керівник Габрусев Г. В.

Palycia M.

Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University

THE TASK OF THE DISTRIBUTION OF HEAT IN THE CONDUCTOR

Supervisor Habrusiev H. V.

Ключові слова: провідник, розподіл тепла, диференціальні рівняння.

Keywords: the conductor, heat distribution, differential equations.

Теплоізолюваний стержень довжиною l та площею поперечного перерізу S на кінцях має однакову температуру t_0 . По стержню проходить струм постійної густини $i = \frac{I}{S}$. Знайдемо розподіл теплоти по стержню, якщо максимальна температура посередині стержня T_{\max} .

Розглянемо елемент стержня dx . Згідно із законом Фур'є, потік теплоти через переріз x матиме вигляд $q_1 = -\lambda S \frac{dT(x)}{dx}$, а через переріз $x + dx$ – $q_2 = -\lambda S \frac{dT(x + dx)}{dx}$, де λ – питома теплопровідність. Різниця між q_1 та q_2 виникає за рахунок нагрівання провідника струмом. Тобто $q_2 - q_1 = I^2 R = i^2 S^2 \frac{\rho dx}{S}$, де ρ – питомий опір. Звідки одержуємо диференціальне рівняння

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{i^2 \rho}{\lambda}.$$

Двічі проінтегрувавши одержане диференціальне рівняння матимемо

$$T(x) = -\frac{i^2 \rho}{2\lambda} x^2 + C_1 x + C_2.$$

Оскільки при $x = 0$ та $x = l$ $T(x) = T_0$, а також при $x = l/2$ $T(x) = T_{\max}$ $\frac{dT}{dx} = 0$,

то можна знайти значення сталих $C_1 = \frac{i^2 \rho l}{2\lambda}$, $C_2 = T_0$. Остаточно отримаємо функцію розподілу температури у стержні

$$T(x) = -\frac{i^2 \rho}{2\lambda} x^2 + \frac{i^2 \rho l}{2\lambda} x + T_0.$$

Із виразу для температури можна знайти максимальне значення температури, що досягається посередині стержня

$$T_{\max} = T_0 + \frac{i^2 \rho l^2}{8\lambda}.$$