УДК 536.2

Биків Н. - ст. гр. МБ - 11
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

РОЗВ'ЯЗОК ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Науковий керівник: канд. фіз. – мат. наук, доцент Шелестовський Б.Г.

Bykiv N.
Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University

SOLUTION OF THE FOURTH ORDER DIFFERENTIAL EQUATION

Supervisor: Shelestovsky B.

Ключові слова: диференціальне рівняння, прогин пластинки.
Key words: differential equation, deflexion of a plate.

Рівняння кривої прогинів елементарної полоски рівномірно навантаженої прямокутної пластинки має вигляд:

$$D\frac{d^2w}{dx^2} = -M \,, \tag{1}$$

де M - згинний момент, D - стала.

Якщо інтенсивність рівномірного навантаження позначити через q, а осеву силу S, то

$$M = \frac{q\ell}{2}x - \frac{qx^2}{2} - SW \,. \tag{2}$$

$$\frac{d^2w}{dx^2} - \frac{Sw}{D} = -\frac{q\ell x}{2D} + \frac{qx^2}{2D} \,. \tag{3}$$

Позначимо $\frac{S}{D} = \frac{4u^2}{\ell^2}$, тоді рівняння набуде вигляду

$$\frac{d^2w}{dx^2} - \frac{4u^2}{\ell^2}w = -\frac{2qu^2x}{S\ell} + \frac{2qu^2x^2}{S\ell^2} \,. \tag{4}$$

Загальний розв'язок рівняння (4):

$$W = C_1 sh\frac{2ux}{\ell} + C_2 ch\frac{2ux}{\ell} + \frac{q\ell^3x}{8u^2D} - \frac{q\ell^2x^2}{8u^2D} - \frac{q\ell^4}{16u^4D} \,. \tag{5}$$

Сталі C_1 і C_2 визначаються з початкових умов: $w(0) = w(\ell) = 0$.

$$C_1 = \frac{q\ell^4}{16u^4D}\frac{1-ch2u}{sh2u}, \qquad C_2 = \frac{q\ell^4}{16u^4D} \,.$$

$$W = \frac{q\ell^4}{16u^4D}\left(\frac{1-ch2u}{sh2u}\cdot sh\frac{2ux}{\ell} + ch\frac{2ux}{\ell} - 1\right) + \frac{q\ell^3x}{8u^2D} - \frac{q\ell^2x^2}{8u^2D} \,. \tag{6}$$