Секція: **Математика**

УДК 517.944

Вдовиченко П. - ст. гр. МІ-21
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ІНТЕГРУВАННЯ ЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ МЕТОДОМ СТЕПЕНЕВИХ РЯДІВ

Науковий керівник: канд.фіз.-мат. наук, доцент Фурсевич Л.В.

Vdovychenko P.
Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University

INTEGRATION OF LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS ACEORDING TO THE POWER SERIES METHOD

Supervisor: Fursevych L.V.

Ключові слова: диференціальне рівняння, аналітична функція.
Keywords: differential equations, analytical function.

Інтегрування диференціальних рівнянь досить рідко зводиться до квадратур. У цих випадках застосовуються інші методи, найпоширенішими з яких є метод степеневих рядів. Метод степеневих рядів для лінійного однорідного диференціального рівняння зі змінними коефіцієнтами

$$y + h_1(t)\,y + h_2(t)\,y = 0. \qquad (1)$$

грунтується на такому твердженні :

Нехай у рівнянні (1) функції $h_1(t)$, $h_2(t)$ аналітичні в інтервалі $(t_0 - r,\ t_0 + r)$:

$$h_1(t) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} \rho_\kappa (t - t_0)^\kappa,\ h_2(t) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} q_\kappa (t - t_0)^\kappa. \qquad (2)$$

Тоді будь-який розв'язок $y(t)$ цього рівняння є аналітичною функцією в інтервалі $(t_0 - r,\ t_0 + r)$:

$$y(t) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} a_\kappa (t - t_0)^\kappa. \qquad (3)$$

В околі точки аналітичності t_0 розв'язок рівняння (1) шукають у вигляді (3), де числа $a_0, a_1 ...$ підлягають визначенню. Ілюструється застосування цього методу на прикладі.

Розв'язати задачу Коші $y' + ty' + y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

Коефіцієнти $h_1(t) = t,\ h_2(t) = 1$ є аналітичними функціями при $|t| < +\infty$. Розв'язок задачі Коші знаходиться у вигляді $y = \sum_{\kappa=0}^{\infty} a_\kappa t^\kappa\ (a_0 = 1,\ a_1 = 0)$. Підставляючи цей вираз у рівняння та прирівнюючи до нуля коефіцієнти при $t^\kappa\ (\kappa = 0,1,2,...)$ та враховуючи, що $a_0 = 1,\ a_1 = 0$, дістанемо: $\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m t^{2m}}{(2m)!!} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(t/2)^m}{m!} = e^{-t^2/2}\ (t \in R)$.