УДК 004.415.5
Климчук А. – ст. гр. СІм-51
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ КОМП'ЮТЕРНИХ МЕРЕЖ

Науковий керівник: к.т.н., доц Осухівська Г.М.

Klymchuk A.
Ternopil Ivan Pul'uj National Technical

MATHEMATICAL MODELING OF RELIABILITY OF COMPUTER NETWORKS

Supervisor: prof. H.M. Osukhivska

Ключові слова: математичні моделі, надійність, комп'ютерні мережі.
Keywords: mathematical models, reliability, computer networks.

Комп'ютерну мережу (КМ) можна представити моделлю у вигляді лінійного графа, в якому вузли або вершини відповідають робочим станціям мережі, а ребра - лініями зв'язку між ними.

Для аналізу структурної надійності мереж використовують матрично-топологічні методи. В їхній основі лежить подання мережі за допомогою графа мережі. Комп'ютерну мережу можна представити як сукупність множини $X=\{x_1,x_2, \ldots,x\}$ вузлів і множини $U=\{u_{ij}\}$ з'єднуюих вузлів x_i і ребер x_j.

Перетином мережі називають мінімальну сукупність ребер, видалення яких розділить мережу на дві підмережі. Кількість ребер перетину називається рангом перетину. Перетини називаються незалежними, якщо вони не містять ті самі ребра. Нехай P_{1l} – деякий шлях виду $x_1, x_2, \ldots,x_l$ у графі G, x_i і x_j – вхідні в нього вузли, $i < j$.

Через відсутність прийнятної моделі механізму втрат в мережі і властивій складності розрахунку мережної надійності використовуються часові моделі з дискретною ймовірністю. В найбільш популярній моделі мережні компоненти можуть приймати лише два стани: працює або не працює. Стан мережного компонента - випадкова величина, що не залежить від стану інших компонентів.

Суть задачі обчислення надійності КМ у тому, що для кожного компонента мережі задана ймовірність того, що він перебуває в робочому стані, і потрібно обчислити міру надійності мережі. В цьому випадку як показник надійності мережі в цілому можна використовувати ймовірність настання складної події, що полягає у встановленні зв'язків між всіма вузлами із заданої множини, і розраховувати його як відношення суми зважених коефіцієнтів важливості ймовірностей з'єднань пари вузлів.

$$H_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} K_i \cdot H_i}{\sum_{i=1}^{n} K_i},$$

де H_0 – показник надійності всієї мережі, K_i – коефіцієнт важливості і-го з'єднання вузлів ($0 \le Ki \le 1$), H_i – показник надійності і-го з'єднання вузлів.

При проектуванні реальних мереж досить рідко здійснюють розрахунок надійності мережі. Проектувальникам необхідно лише переконатися в тім, що надійність мережі, з одного боку, не нижче заданої та, з іншого боку, не має економічно необґрунтованого запасу. Інакше кажучи, на практиці досить гарантувати, що дійсне значення надійності H_0 перебуває в деяких межах $H_{min} < H_0 < H_{max}$. Оцінка надійності мережі із заданою кінцевою точністю дозволить скоротити трудомісткість розрахунків залежно від необхідності точної оцінки.

Існує методика розрахунку оцінок надійності, нижня оцінка H_μ розраховується за сукупністю всіх шляхів між вузлами, верхня ж H_σ – за сукупністю перетинів. При розрахунку надійності за сукупністю шляхів додавання кожного наступного шляху приводить до збільшення надійності, а при розрахунку за сукупністю перетинів додавання кожного наступного перетину приводить до зменшення структурної надійності, що створює передумови для двосторонньої оцінки структурної надійності з гарантованою точністю за обмеженим набором шляхів і перетинів. Ця властивість дозволяє регулювати трудомісткість оцінок надійності залежно від заданої точності.

Для вирішення задачі досить послідовно переглядати шляхи μ, поки не виконається умова $H_\mu^{(m)} \geq H_{min}$ і потім переглядати перетини σ, поки не виконається умова $H_\sigma^{(r)} \leq H_{max}$. Тут m, r – число шляхів і перетинів відповідно. Якщо для деякого m виявиться, що $H_\mu^{(m)} > H_{max}$, то можна припинити розрахунки і прийняти рішення, що в мережі закладена зайва надмірність, а якщо для деякого r виявиться, що $H_\sigma^{(r)} < H_{min}$, то це значить, що вимоги до надійності мережі не виконуються. Кількість потребуючого перегляду шляхів m і перетинів r звичайно набагато менше загального числа шляхів n і загального числа перетинів k графа, чим і досягається скорочення трудомісткості оцінки. Одночасно гарантується, що значення показника надійності мережі лежить в заданих межах $H_\mu^{(m)} < H_0 < H_\sigma^{(r)}$.

Для виконання розрахунків необхідно враховувати можливі шляхи і перетини між заданими вузлами x_a і x_b. Шукана надійність з'єднання H_{ab} залежить від надійності кожного шляху і варіантів їхніх перетинів за загальними ребрами. Якщо враховувати тільки незалежні шляхи, то трудомісткість обчислень значно скорочується. Аналогічна ситуація з незалежними перетинами. Нехай надійність j-го ребра i-го шляху - $H_j^{(i)}$. Тоді надійність i-го шляху $H^{(i)}$ буде дорівнювати:

$$H^{(i)} = \prod_{j=1}^{m_i} H_j^{(i)} ,$$

де m_i -ранг шляху.

Якщо всі шляхи незалежні, то ймовірність зв'язності вузлів x_a і x_b за множиною незалежних шляхів можна визначити як

$$H_\mu^{(ab)} = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - H^{(i)}) ,$$

де n – кількість незалежних шляхів між x_a і x_b.

Оскільки для підвищення точності оцінки необхідно максимізувати $H_\mu^{(ab)}$, то необхідно максимізувати число незалежних шляхів при одночасній мінімізації їхніх рангів.

Для збільшення точності верхньої оцінки ймовірності зв'язаності вузлів за множиною незалежних перетинів потрібно максимізувати число незалежних перетинів при мінімізації їхніх рангів.

Таким чином можна зробити оцінку надійності і визначити верхні і нижні межі надійності КМ, що дозволить покращити якість проектування.