

## R-ЕКВІВАЛЕНТНІСТЬ ПЛОСКИХ ОДНОЗВ'ЯЗНИХ ОБЛАСТЕЙ І ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ У МІКРОЕЛЕКТРОНІЦІ

На множині плоских однозв'язних областей з вибраними на їх межі чотирма точками введено бінарне відношення еквівалентності. Отримано умову, за якої електропровідні пластини, форма яких збігається з цими областями, матимуть однаковий електричний опір.

Ключові слова: однозв'язна область, конформне відображення, електричний опір.

**Vasyl Kryven, Juri Apostol**

## R-EQUIVALENCE OF PLANE UNICONNECTED REGION AND ITS APPLICATION IN MICROELECTRONICS

On the set of planar regions with selected uniconnected to their limits by four points, introduced binary equivalence relation. The conditions under which conducting plates, the form which coincides with these areas have the same electrical resistance are received.

Keywords: uniconnected area, conformal mapping, electrical resistance

Нехай 1)  $\bar{D}$  і  $\bar{G}$  довільні замкнуті однозв'язні області в комплексних площинах  $z$  і  $w$  відповідно; 2) замкнуті криві  $S$  і  $L$  є відповідно межами областей  $\bar{D}$  і  $\bar{G}$ ; 3) на кожній із ліній  $S$  та  $L$  вибрано чотири точки ( $A, B, C, E \in S, A', B', C', E' \in L$ ). Як відомо існує і притому єдине конформне відображення області  $D$  на область  $G$ , для якого три довільно вибрані точки межі області  $D$  відображаються у будь-які три наперед вибрані точки межі області  $G$ . Конформні відображення областей з чотирма парами точок на їх межах, які ми тут розглядатимемо, очевидно існуватимуть не завжди. Уведемо означення.

Області  $\bar{D}_{ABCE}$  і  $\bar{G}_{A'B'C'E'}$  з вибраними на їх межах чотирма точками називатимемо R-еквівалентними, якщо існує конформне відображення  $w = w(z)$  області  $D_{ABCE}$  на область  $G_{A'B'C'E'}$ , за якого  $A', B', C', E'$  є образами точок  $A, B, C, E$ .

Розглянемо властивості R-еквівалентності.

1. На множині плоских однозв'язних областей R-еквівалентність є бінарним відношенням еквівалентності.

Це твердження є елементарним наслідком властивостей конформних відображень: якщо існує конформне відображення області  $D_{ABCE}$  на область  $G_{A'B'C'E'}$ , то існуватиме й відображення  $G_{A'B'C'E'}$  на  $D_{ABCE}$ .

2. R-еквівалентність зберігається при гомотетичному перетворенні областей, при повороті й паралельному перенесенні (перетворенні руху).

3. Якщо  $D_{ABCE}$  - довільна область, а  $M_D$  - множина всіх їй R-еквівалентних областей, то  $M_D$  містить єдиний прямокутник  $P_{ABCE}$  з вершинами  $A(0,0)$ ,  $B(0,1)$ ,  $C(1,r)$ ,  $E(0,r)$ .

4) Якщо однорідна електропровідна пластини, що співпадає за формою з областю  $\bar{D}_{ABCE}$  R-еквівалентною прямокутнику з вершинами  $A'(0,0)$ ,  $B'(0,1)$ ,  $C'(1,r)$ ,  $E'(0,r)$ , містить на ділянках межі  $AB$  і  $CE$  ідеально електропровідні контакти, то електричний опір (в омах) між контактами пластини дорівнює  $\rho r/d$ , де  $\rho$  і  $d$  - питомий опір матеріалу і товщина пластини ( $\rho, r, d$  подані у системі СІ).

Доведення останнього твердження впливає із властивостей аналітичних функцій комплексної змінної  $i$ , зокрема, гармонічності її дійсної та уявної частин. Ця властивість дає можливість розрахувати електричний опір пластини довільної форми відносно довільно вибраних контактів на її межі.

R-еквівалентність має прозорий фізичний зміст: суцільні однорідні пластини, форми яких є попарно R-еквівалентними, мають однаковий електричний опір.