

УДК 669.112.22; 519.711

А. Головатий

Національний університет “Львівська політехніка”

РОЗРАХУНОК ТА КОНСТРУЮВАННЯ ПРУЖНИХ СИСТЕМ МІКРОЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ (МЕМС) ГІРОСКОПІВ

У даній роботі розроблено методику проектування підвісу робочого органа МЕМС гіроскопа, а саме конструктивних розмірів пружин у залежності від необхідних параметрів гіроскопа, таких як товщина, ширина пружин та їх довжина, тобто від габаритних розмірів гіроскопа. Розроблена методика дозволяє створити підсистему автоматизованого проектування системи пружного підвісу МЕМС гіроскопа.

A. Holovatyu

CALCULATION AND DESIGN OF SPRING SUSPENSIONS OF MICROELECTROMECHANICAL (MEMS) GYROSCOPES

In this work, design technique of the working organ suspension of MEMS gyroscope, that is springs dimensions depending on the required gyroscope performance, such as the thickness and the width of the springs and their length, hence the overall dimensions of the gyroscope, is developed. The developed technique allows to create computer-aided design subsystem of the spring elements of the MEMS gyroscope.

Умовні позначення

МЕМС – мікроелектромеханічні системи;
 f – частота вимушених коливань;
 m – маса чутливого елемента (робочого органа) гіроскопа;
 c, c_x, c_y – коефіцієнти жорсткості;
 k_x, k_y – коефіцієнти дисипації (затухання);
 E – модуль пружності матеріалу підвісу;
 J – момент інерції поперечного січення підвісу;
 l – робоча довжина підвісу;
 A_x – амплітуда горизонтальних коливань чутливого елемента;
 A_y – амплітуда вертикальних коливань чутливого елемента;
 F – електростатична сила збудження;
 Ω – кутова швидкість обертання платформи;
 V_x – швидкість чутливого елемента гіроскопа по осі X.

Вступ

Мікроелектромеханічні системи (МЕМС) увійшли в стадію динамічного розвитку з 90-х років минулого століття. Особливістю таких пристроїв є об'єднання на одному напівпровідниковому кристалі схеми керування (мікропроцесорна частина) і механічних елементів (мікромеханічна система). Виготовлення МЕМС базується, в основному, на процесах, що складають технологію виготовлення напівпровідникових приладів (інтегральних схем) [1].

МЕМС – це такі пристрої, як мікродвигуни, мікроактюатори, мікропомпи, мініатюрні підвіски, системи позиціонування для дисководів та інші. Серед них можна виділити окрему групу інерційних давачів – це акселерометри та гіроскопи, або давачі кутової швидкості.

В наш час МЕМС гіроскопи знайшли широке застосування в різних галузях техніки: автомобільна промисловість (системи підвіски та гальмування), військова промисловість (артилерійські снаряди з корекцією траєкторії, торпеди), фото та відеотехніка (стабілізатори зображення) та багато інших [1].

За оцінками експертів, попит на них буде зростати і об'єм продажу до 2010 року сягне 800 млн. доларів [2].

МЕМС - гіроскоп є одним з найскладніших МЕМС як за принципом дії, так і за конструкцією. Існують різні конструкції мікромеханічного гіроскопа, такі як: камертонна, карданна, кільцева, вібраційного колеса.

МЕМС - гіроскопи відносять до вібраційних гіроскопів. Основна відмінність мікромеханічних вібраційних гіроскопів від традиційних полягає в тому, що їх вихідний сигнал носить вібраційний характер, крім того в конструкціях цих гіроскопів відсутні елементи, що обертаються. Всі МЕМС - вібраційні гіроскопи використовують той самий фізичний принцип роботи, але мають різний характер власного руху чутливого елемента. Чутливий елемент може здійснювати крутильні (кільцева конструкція) або поступальні коливання (камертонна конструкція).

На рис. 1 зображено двомасну конструкцію мікромеханічного гіроскопа камертонного типу.

Принцип роботи такого гіроскопа полягає в наступному [3]. Чутливі елементи приводять в протифазні вимушені гармонійні коливання з частотою, близькою до резонансу в площині XOZ , за допомогою електростатичних віброприводів. При обертанні платформи, на якій встановлено гіроскоп, відносно осі чутливості приладу (осі вимірювання z) з кутовою швидкістю Ω виникають протилежно напрямлені Коріолісові сили інерції. Сили інерції Коріоліса змінюються з частотою вимушених коливань, а їх модулі пропорційні кутовій швидкості вимірювання, Ω . Коріолісові сили інерції викликають поступальні коливання чутливих елементів у площині YOZ . Амплітуда цих коливань є пропорційною величині кутової швидкості обертання платформи Ω , а їх фаза –напрямку обертання платформи [3].

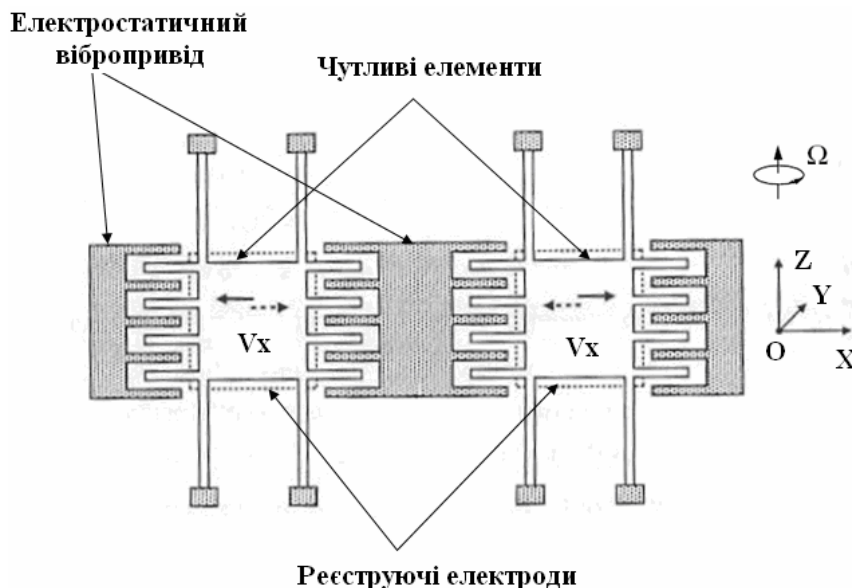


Рисунок 1 - Конструкція МЕМС гіроскопа камертонного типу

Покращення технічних характеристик мікромеханічних систем гіроскопів та створення методик їх розрахунку для створення підсистем автоматизованого проектування є актуальними задачами сьогодення.

Постановка задачі

Проведений аналіз літературних джерел в області конструювання мікромеханічних гіроскопів [1-6] дозволяє стверджувати, що, практично, відсутні моделі для опису об'єкта та самого процесу автоматизованого проектування конструктивних параметрів робочих органів мікромеханічних гіроскопів. Відсутні алгоритми для їх оптимізації та не звернена належна увага розробці математичних

моделей, які дозволяють досліджувати взаємозв'язок конструктивних параметрів і технічних характеристик МЕМС - гіроскопів.

Отже, для ефективного проектування МЕМС - гіроскопів необхідно розробити методику проектування підвісу робочого органа МЕМС-гіроскопа, а саме конструктивних розмірів пружин у залежності від таких параметрів гіроскопа, як товщина, ширина пружин та їх довжина, тобто габаритних розмірів гіроскопа та розробити алгоритм для підсистеми автоматизованого проектування системи пружного підвісу МЕМС - гіроскопа.

Результати досліджень та їх обговорення

Для дослідження розглянуто конструкцію МЕМС-гіроскопа камертонного типу, рис. 1. Важливим конструктивним параметром такого гіроскопа є система пружного підвісу, яка суттєво впливає на технічні характеристики виробу (діапазон вимірювання, чутливість, довговічність). Мета дослідження - оптимізація системи пружного підвісу, яка б задовольняла допустимим умовам міцності.

Як відомо із теорії лінійних коливань [4], частота власних коливань одномасового пружинного осцилятора визначається за формулою:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m}}, \quad (1)$$

де c – жорсткість пружини; m – робоча маса гіроскопа.

Для забезпечення можливості існування резонансних (біля резонансних) коливань необхідно справдження умови:

$$f_0 = (1.05 \div 1.01)f, \quad (2)$$

де f – частота вимушених коливань сили електростатичного привода.

Для цього необхідно таким чином спроєктувати коливальну систему гіроскопа, щоб жорсткість її пружинної системи (рис.2) задовольняла рівняння (1), тобто:

$$c = \frac{m}{i} (2\pi f_0)^2, \quad (3)$$

де i – кількість пружних елементів.

Методика розрахунку та конструювання параметрів робочого органа (маси) гіроскопа викладена в роботі [5].

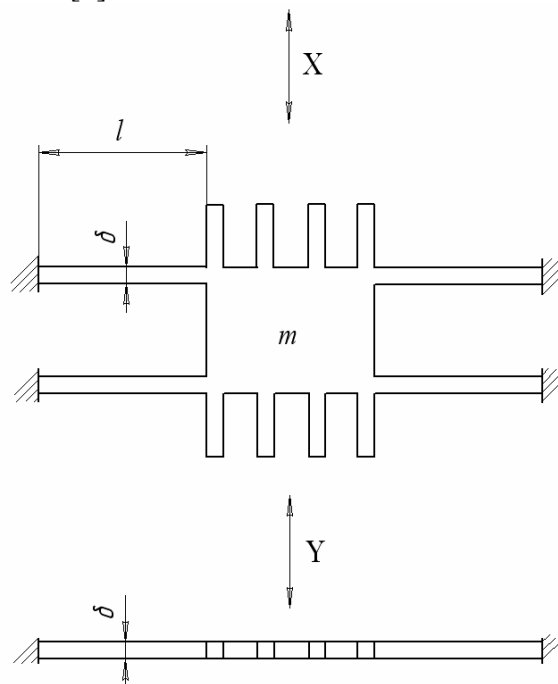


Рисунок 2 - Схематичне зображення робочого органа та системи пружного підвісу гіроскопа

Жорсткість підвісу з двома защемленими кінцями обчислюється за формулою (6, 7) (рис.2).

$$c = \frac{12EJ}{l^3}, \quad (4)$$

де E – модуль пружності матеріалу підвісу, J – момент інерції поперечного січення підвісу, l – робоча довжина підвісу.

Прийнявши число пружних підвісів (пружин) гіроскопа $i=4$ (мінімальна кількість пружин, необхідна для забезпечення роботи такої конструкції гіроскопа), із формул (3) і (4) визначаємо необхідний момент інерції січення підвісу:

$$J = \frac{cl^3}{12E} = \frac{m\pi^2 f_0^2 l^3}{12E}. \quad (5)$$

Для того, щоб коливання робочої маси гіроскопа, які відбуваються одночасно в двох площинах (два ступені вільності) були резонансними, необхідно, щоб жорсткість пружин в обох напрямках була однаковою. Ідеальним варіантом форми поперечного перерізу підвісу є круг, оскільки при одночасних коливаннях маси в двох координатах (рис.3,а) відбувається своєрідне повертання осей інерції, що у випадку круглого поперечного січення пружини не викликає зміни жорсткості, а отже, і зміни власної частоти коливань. У випадку квадратної форми поперечного січення пружини (рис.3,б) одночасне коливання маси гіроскопа в двох осях викликає зміну жорсткості пружини.

Величина відхилення залежить від співвідношення амплітуд A_x та A_y , що при змінній величині A_y робить неможливим будь-яке коректування частоти вимушеної сили (для можливості роботи в резонансі). Технологія виготовлення підвісу не залишає нам на сьогоднішній день ніяких варіантів, крім квадрата. Однак відхилення жорсткості в різних напрямках є невеликим, оскільки відношення $A_y/A_x = (2 \div 5) \times 10^{-6}$, що дозволяє знехтувати зміною жорсткості підвісу.

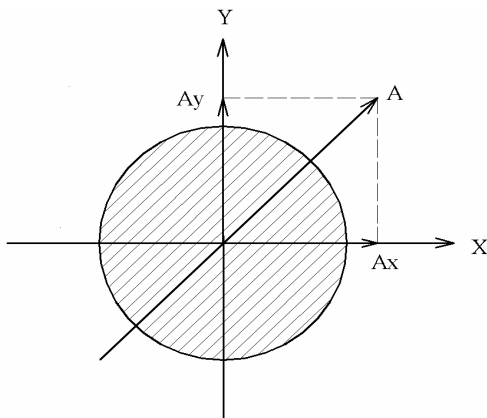


Рисунок 3, а - Кругла форма поперечного січення пружини

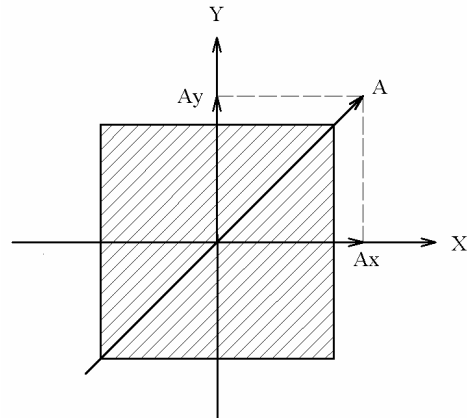


Рисунок 3, б - Квадратна форма поперечного січення пружини

Для квадратного поперечного січення підвісу момент інерції:

$$J = \frac{\delta^4}{12}, \quad (6)$$

де δ – розмір сторони квадратного січення (товщина пружини (рис.2)).

Підставивши (6) в (5), отримаємо:

$$\delta = \sqrt[4]{\frac{m\pi^2 f_0^2 l^3}{E}}. \quad (7)$$

Аналіз формул (4) і (6) вказує на те, що зміна товщини пружини в 4 – й степені впливає на зміну жорсткості і в квадраті (1) на зміну частоти власних коливань. Технологічні неточності можна виправити на етапі налагодження приладу шляхом незначної зміни частоти вимушених коливань.

Таким чином, ми визначили один із важливих конструктивних параметрів пружного підвісу - необхідну товщину пружини.

Іншим, не менш важливим, параметром є робоча довжина пружини (рис.2). Мінімальну довжину пружинного стержня визначають із умови, що максимальні напруження, які виникають у стержні, не перевищують допустимого напруження витривалості $[\sigma_{-1}]$.

Максимальний згинальний момент при жорсткому кріпленні стержнів обчислюється за формулою (6, 7):

$$M = \frac{6EJA_x}{l^2}, \quad (8)$$

де A_x - прогин стержня – максимальне значення амплітуди коливань робочого органа гіроскопа.

Максимальне напруження в стержні $\sigma_{\max} = \frac{M}{W_o}$, де W_o – осьовий момент опору пружинного стержня (для квадратного січення $W_o = \frac{\delta^3}{6}$).

Із умови міцності на витривалість $\sigma_{\max} < [\sigma_{-1}]$ отримаємо:

$$\frac{6EJA_x}{l^2 W_o} < [\sigma_{-1}]. \quad (9)$$

Для квадратного січення стержня після підстановки в рівняння (9) значень J і W_o отримаємо:

$$[\sigma_{-1}] \geq \frac{3EA_x \delta}{l^2}. \quad (10)$$

Розв'язуючи сумісно рівняння (7) та (10), отримаємо формулу для визначення мінімальної довжини пружинних стержнів, що задовольняють умову міцності на витривалість:

$$l_{\min} = \sqrt[3]{\frac{81A_x^4 E^3 \pi^2 f_0^2 m}{[\sigma_{-1}]^4}}. \quad (11)$$

Таким чином, ми отримуємо другий важливий конструктивний параметр підвісу пружинної системи гіроскопа.

Слід відзначити, що робоча довжина пружини повинна бути не меншою мінімально допустимої і її значення слід підставити в (7) для визначення товщини.

При визначенні мінімальної довжини пружини слід брати дещо занижені значення $[\sigma_{-1}]$, забезпечуючи таким чином певний запас міцності.

Робоча довжина пружини може суттєво відрізнитися від її конструктивної довжини в меншу (галтелі), так і в більшу (рис.4) сторони.

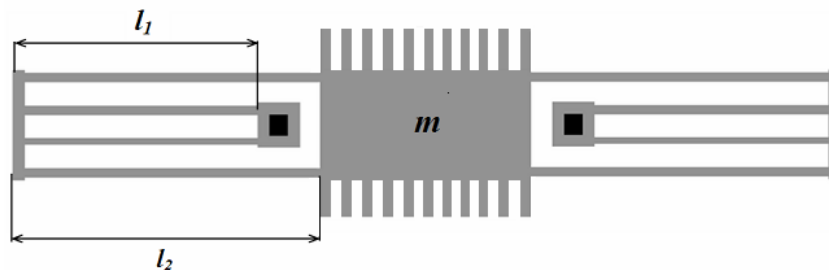


Рисунок 4 - Робоча довжина: $l=l_1+l_2$

Величину амплітуди A_x горизонтальних коливань, яка необхідна для розрахунку мінімальної довжини пружного елемента підвісу гіроскопа, знайдемо з мінімальних вертикальних коливань, що можна виміряти доступними на сьогоднішній день

засобами і які збуджуються мінімальною Коріолісовою силою, що обумовлює чутливість гіроскопа.

Рух чутливого елемента мікромеханічного гіроскопа математично описується наступною системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x}{dt^2} + c_x x + k_x \frac{dx}{dt} = F \sin(\omega t) \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} + c_y y + k_y \frac{dy}{dt} = -2m \frac{dx}{dt} \Omega \end{cases}, \quad (12)$$

де m – маса чутливого елемента; c_x, c_y – коефіцієнти жорсткості, k_x, k_y – коефіцієнти затухань вздовж осей x і y , Ω – кутова швидкість обертання платформи відносно осі z , F – електростатична збуджуюча сила, згенерована віброприводами.

Аналітичний розв'язок першого рівняння системи (12) наступний:

$$x = e^{-\frac{k_x}{2m}t} (C_1 \cos \beta_x t + C_2 \sin \beta_x t) - A_x \sin(\omega t + \varphi_x), \quad (13)$$

$$\text{де } \beta_x = \frac{\sqrt{4mc_x - k_x^2}}{2m}, \quad A_x = \frac{F}{\sqrt{(\omega^2 m - c_x)^2 + \omega^2 k_x^2}}, \quad \text{tg} \varphi_x = \frac{\omega k_x}{(\omega^2 m - c_x)}.$$

Амплітуду вертикальних коливань знаходимо з аналітичного розв'язку другого рівняння системи рівнянь, який має вигляд:

$$y = e^{-\frac{k_y}{2m}t} (D_1 \cos \beta_y t + D_2 \sin \beta_y t) + A_y \sin(\omega t + \varphi_y), \quad (14)$$

$$\text{де } \beta_y = \frac{\sqrt{4mc_y - k_y^2}}{2m}, \quad \text{tg} \varphi_y = \frac{\omega k_y}{(\omega^2 m - c_y)},$$

$$A_y = -\frac{F_{\text{Кор.}}}{\sqrt{(\omega^2 m - c_y)^2 + \omega^2 k_y^2}} = \frac{-2m \cdot V_x \cdot \Omega}{\sqrt{(\omega^2 m - c_y)^2 + \omega^2 k_y^2}}.$$

Оскільки $k_y = 2m\gamma$, $c_y = m\nu_y^2$, то:

$$A_y = \frac{-2A_x \omega \Omega}{\sqrt{(\nu_y^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}}. \quad (15)$$

Амплітуда мінімальних вертикальних коливань з (15):

$$A_{y\min} = \frac{-2A_x \omega \Omega_{\min}}{\sqrt{(\nu_y^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}}, \quad (16)$$

де γ – коефіцієнт затухань; $\nu_y = \sqrt{\frac{c_y}{m}}$ – частота власних коливань; ω – кутова частота вимушених коливань $\omega = 2\pi f$; Ω_{\min} – мінімальна кутова швидкість вимірювання.

У випадку резонансної настройки підвісу гіроскопа $\nu_y = \omega$:

$$A_{y\min} = \frac{-2A_x \omega \Omega_{\min}}{\sqrt{4\gamma^2 \omega^2}} \Rightarrow A_{y\min} = -\frac{A_x \Omega_{\min}}{\gamma}. \quad (17)$$

Амплітуду A_x горизонтальних коливань, вздовж осі x , визначаємо за формулою:

$$A_x = -\frac{A_{y\min} \gamma}{\Omega_{\min}}. \quad (18)$$

Наприклад, необхідно розрахувати систему пружного підвісу для гіроскопа з наступними параметрами: $m = 0,29 \cdot 10^{-9}$ кг; $f_0 = 20$ кГц; $E = 130$ ГПа (модуль Юнга для кремнію); $[\sigma_{\perp}] = 3,79$ ГПа (допустиме напруження для кремнію).

З (18) розраховуємо A_x і підставляємо в (11) для розрахунку мінімальної довжини пружного елемента підвісу, $A_x=2\cdot 10^{-5}$ м. Отже, з (11) та (7) конструктивні габарити пружини: $l_{min} = 5,04\cdot 10^{-8}$ м і $\delta = 6,11\cdot 10^{-9}$ м.

Висновок. Створено методику розрахунку пружинної системи гіроскопа, що дозволяє досліджувати її вплив на чутливість та інші конструктивні параметри гіроскопа. Досліджено взаємозв'язок конструктивних параметрів гіроскопа і встановлено, що їх оптимальні значення залежать від характеристик його пружинної системи. Розроблена методика дозволяє створити підсистему автоматизованого проектування пружних елементів МЕМС-гіроскопа.

Література

1. N. Yazdi, F. Ayazi, and K. Najafi. "Micromachined Inertial Sensors", *Proc IEEE*, Aug. 1998, Vol. 86, No. 8.
2. Report of Yole Developpment, MEMS Gyro Markets, April 2006, Lyon, France.
3. Yongsik Lee, Dissertation "A Study Of Parametric Excitation Applied To A MEMS Tuning Fork Gyroscope", pp. 4–8, University of Missouri-Columbia, August, 2007.
4. Бабаков И.М. Теория колебаний. М. ГИТТЛ, 1959. - 621 с..
5. Головатий А.. Розрахунок і конструювання робочих органів мікромеханічних гіроскопів // Вісник Тернопільського державного технічного університету. - 2007.- Том 12, № 4.- С.20 – 25.
6. Беляев Н.М.. Сопротивление материалов. Главная редакция физико-математической литературы изд-ва "Наука", 1976 .- 608 с.
7. Victoria Steward. Modeling of a folded spring supporting MEMS gyroscope, Worcester Polytechnic Institute, 2003, p. 265.

Одержано 06.10.2008 р.