УДК 621.81:672.1:[620.173.26]

Заїка К., Корнєв О., Бордюк Р., Колков Р. – ст. гр. ПН-35,34,25,24
Полтавський національний педагогічний університет імені В.Г. Короленка

ОПТИМАЛЬНИЙ СУЦІЛЬНИЙ ПЕРЕРІЗ СТЕРЖНЯ ЗА УМОВОЮ ЙОГО СТІЙКОСТІ

Науковий керівник: к.т.н., ст. викладач Кондель В.М.

Багато деталей машин мають суцільний поперечний переріз у вигляді круга, квадрата, прямокутника (наприклад, із співвідношенням сторін $h/b = k_0$, де $k_0 \geq 1$). Якщо $k_0 = 1$, прямокутник перетворюється у квадрат, тому визначимо, яка форма перерізу є найбільш оптимальною.

Візьмемо два стержні круглого та прямокутного перерізів, площі яких однакові, тобто $A_1 = A_2 = A$, рівної довжини $(l_1 = l_2 = l)$ з однаковим закріпленням кінців $(\mu_1 = \mu_2 = \mu)$ та виготовлені з однієї і тієї ж марки сталі. Очевидно, що найбільш оптимальним буде той переріз, який витримає найбільше навантаження. За умовою стійкості визначаємо найбільше навантаження, яке спроможний витримати стиснутий елемент,

$$[F]_{\max} \leq \varphi[\sigma]A. \tag{1}$$

Оскільки круглий та прямокутний стержні виготовлені з одного матеріалу, то $[\sigma]_1 = [\sigma]_2 = [\sigma]$. Крім того, вони мають однакову площу перерізу, тобто $A_1 = A_2 = A$. Це означає, що шуканим є той переріз, в якого коефіцієнт поздовжнього згинання φ найбільший.

В свою чергу, цей коефіцієнт залежить від гнучкості стержня λ, яка визначається за відомою формулою:

$$\lambda = \mu l / i_{\min}, \tag{2}$$

де $i_{\min} = \sqrt{I_{\min}/A}$ – мінімальний радіус інерції. Мінімальні моменти інерції для круглого та прямокутного перерізів відповідно складають

$$I_1 = \pi d^4/64 \quad \text{і} \quad I_2 = hb^3/12. \tag{3}$$

Оскільки $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ і $l_1 = l_2 = l$, найбільш оптимальним є той переріз, переріз, у якого мінімальний момент інерції найбільший.

Визначимо моменти інерції перерізів через площу A. Для круглого перерізу $A = A_1 = \pi d^2/4$, звідки $d = \sqrt{4A/\pi}$. Підставивши значення діаметра d у формулу (3), маємо $I_1 = 0{,}25A^2/\pi = 0.0796A^2$.

Аналогічно, для прямокутного перерізу

$$A = A_2 = bh = k_0 b^2; \quad b = \sqrt{A/k_0} \quad \text{і} \quad I_2 = A^2/(12k_0) = 0.0833A^2/k_0.$$

Для квадратного перерізу ($k_0 = 1$) $I_2 = 0.0833A^2$, а це означає, що саме він є найбільш оптимальним з умови стійкості.

Визначимо k_0, при якому стержні круглого та прямокутного перерізів мають однакову стійкість, тобто $I_1 = I_2$:

$$\frac{A^2}{4\pi} = \frac{A^2}{12k_0}; \quad \text{звідки } k_0 = \frac{\pi}{3} = 1.047.$$