

УДК 624.014.2:621.81:[620.173.26]

Заїка К., Корнєв О., Бордюк Р., Колков Р. – ст. гр. ПН-35,34,25,24

Полтавський національний педагогічний університет імені В.Г. Короленка

ВПЛИВ УМОВ ЗАКРІПЛЕННЯ КІНЦІВ СТИСНУТИХ ЕЛЕМЕНТІВ НА ЗНАЧЕННЯ КРИТИЧНОЇ СИЛИ

Науковий керівник: к.т.н., ст. викладач Кондель В.М.

Завдяки дослідженням вчених була запропонована формула для визначення критичної сили у випадку стискування гнучких стержнів:

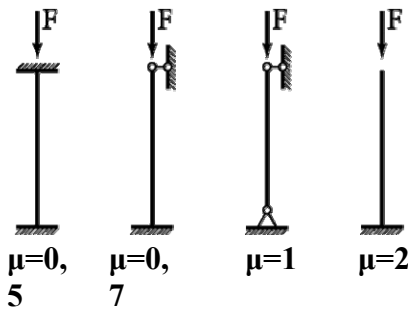


Рис. 1

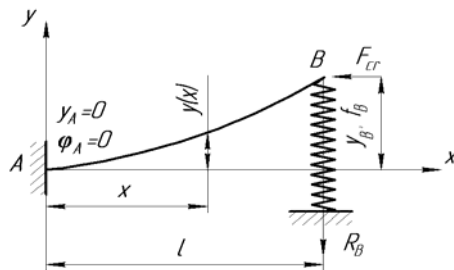


Рис. 2

$$F_{cr} = \pi^2 EI_{\min} / (\mu l)^2, \quad (1)$$

де μ – коефіцієнт зведення довжини стержня, який залежить від способів закріплення його кінців (рис.1).

Вищенаведені випадки закріплення кінців стержня на практиці в чистому вигляді зустрічаються досить рідко. Найбільш поширеними є випадки, коли один кінець стержня защемлений, а інший пружно обпертий, або коли обидва кінці пружно закріплені.

Розглянемо перший випадок (рис. 2). Після втрати стійкості пружно обпертий кінець стійки переміщується вертикально на величину f_b , при цьому виникає пружна реакція опори R_b , яка, в свою чергу, пропорційна відхиленню f_b .

Складемо диференціальне рівняння пружної лінії стиснутого стержня після втрати стійкості:

$$EI_{\min} \frac{d^2 y}{dx^2} = F_{cr} (f_b - y) - cf_b (l - x). \quad (2)$$

Позначимо $k^2 = F_{cr} / (EI_{\min})$. Тоді рішенням цього рівняння є залежність

$$y = C \sin kx + D \cos kx + f_b \left(1 - \frac{cl}{F_{cr}}\right) + \frac{cf_b}{F_{cr}} x. \quad (3)$$

Сталі інтегрування C і D та критичне навантаження F_{cr} визначимо з наступних трьох граничних умов: при $x=0$ $y(0) = y_A = 0$; $dy/dx = \varphi(0) = \varphi_A = 0$; при $x=l$ переміщення дорівнюють відхиленню f_b $y(l) = y_b = f_b$ (рис. 2). Після нескладних математичних перетворень одержимо рівняння $tgkl = kl(1 - F_{cr}/(cl))$, розв'язавши яке, тобто визначивши найменший корінь k , можна знайти критичне навантаження, оскільки $F_{cr} = k^2 EI_{\min}$. Розглянемо два граничні випадки. Якщо $c=0$, одержимо $tg kl = \infty$ або $kl = \pi/2$, тобто маємо випадок, коли лівий кінець стержня жорстко закріплений, а правий – вільний, тоді $\mu=2$ (рис. 1) і критична сила $F_{cr} = \pi^2 EI_{\min} / (2l)^2$.

Якщо $c=\infty$ (дуже жорстка опора), отримаємо $tg kl = kl$ або $kl = \pi/0,7$, що дає формулу для стержня, один кінець якого защемлений, а інший – шарнірно обпертий (рис. 1), тоді $\mu=0,7$ і критична сила $F_{cr} = \pi^2 EI_{\min} / (0,7l)^2$.