

УДК 519.876.5:519.21

Сливка-Тилищак Г. І.–к.ф.-м.н., доцент, Синявська О. –ст. гр. М5
ДВНЗ "Ужгородський національний університет"

ПОБУДОВА МОДЕЛІ РОЗВ'ЯЗКУ РІВНЯННЯ КОЛИВАННЯ ПРЯМОКУТНОГО ПАРАЛЕЛЕПЕДА З СТРОГО СУБГАУССОВИМИ ПОЧАТКОВИМИ УМОВАМИ

Науковий керівник: д.ф.-м.н., професор Козаченко Ю. В.

Вступ. В роботі одержано основний результат про моделювання розв'язку задачі коливання прямокутного паралелепіпеда з сумісно строго субгауссовими початковими умовами, знайдено умови для побудови моделі, що наближає розв'язок поставленої задачі із заданою надійністю та точністю в рівномірній метриці. Розглянемо задачу про вільні коливання прямокутного паралелепіпеда із закріпленими кінцями

$$u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = u_{tt}, \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = \xi(x, y, z), \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = \eta(x, y, z), \quad (2)$$

$$u|_{S=0} = 0, \quad (3)$$

де u – відхилення паралелепіпеда від положення рівноваги, що співпадає з площиною x, y, z, S – межа області $0 < x < a, 0 < y < b, 0 < z < c$.

Нехай початкові умови $\xi(x, y, z), \eta(x, y, z)$ $x \in [0, a], y \in [0, b], z \in [0, c]$ – незалежні строго субгауссові випадкові поля. Згідно [2] розв'язок задачі записується у вигляді

$$u(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} V_{klm}(x, y, z) (a_{klm} \cos \sqrt{\lambda_{klm}} t + b_{klm} \sin \sqrt{\lambda_{klm}} t) \quad (4)$$

$$a_{klm} = \int_0^a \int_0^b \int_0^c \xi(x, y, z) V_{klm}(x, y, z) dx dy dz, \quad b_{klm} = \int_0^a \int_0^b \int_0^c \eta(x, y, z) V_{klm}(x, y, z) dx dy dz.$$

Побудуємо модель розв'язку задачі (1)-(3), що наближає його з надійністю та точністю в рівномірній метриці. Нехай $\tilde{\xi}(x, y, z), \tilde{\eta}(x, y, z)$, $x \in [0, a], y \in [0, b], z \in [0, c]$ – є моделями процесів $\xi(x, y, z), \eta(x, y, z)$.

Позначимо $\tilde{a}_{klm} = \int_0^a \int_0^b \int_0^c \tilde{\xi}(x, y, z) V_{klm}(x, y, z) dx dy dz, \tilde{b}_{klm} = \int_0^a \int_0^b \int_0^c \tilde{\eta}(x, y, z) V_{klm}(x, y, z) dx dy dz.$

Моделлю випадкового процесу $u(x, y, z, t)$ називатимемо суму

$$u^N(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N V_{klm}(x, y, z) (\tilde{a}_{klm} \cos \sqrt{\lambda_{klm}} t + \tilde{b}_{klm} \sin \sqrt{\lambda_{klm}} t)$$

Означення. Модель $u^N(x, y, z, t)$ наближає розв'язок задачі (1)-(3) $u(x, y, z, t)$, що зображений у вигляді ряду (4) із заданою надійністю $1 - \gamma$ та точністю δ в рівномірній метриці області $D = [0, a] \times [0, b] \times [0, c] \times [0, T]$, якщо

$$P = \left\{ \sup_{(x, y, z) \in D} |u^N(x, y, z, t) - u(x, y, z, t)| > \delta \right\} \leq \gamma.$$

Отже, в роботі знайдено умови при яких модель $u^N(x, y, z, t)$ наближає випадковий процес $u(x, y, z, t)$ із заданою надійністю і точністю.

1. Довгай Б.В., Козаченко Ю.В., Сливка-Тилищак Г.І. *Крайові задачі математичної фізики з випадковими факторами. Монографія.* – К. ВЦ "Київський університет", 2008. –174с.

2. Соболев С.Л. *Уравнения математической физики.* – Москва: Гос. изд. Технико-теоретической литературы, 1954.