

УДК 519.217

Левченко Х. – ст. гр. КА-22

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

РЕГУЛЯТНИЙ ФРАКТАЛ, ЯК РЕЗУЛЬТАТ СТИСКАЮЧИХ АФІННИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

Науковий керівник: к.ф.-м.н., доцент Демчишин О.І.

Одним із яскравих прикладів серед системи ітеруєчих функцій (СІФ) є система із чотирьох стискаючих афінних перетворень, атракторами для яких є множини точок, що по формі нагадують листки папороті, ялинки, або інші екзотичні фігури. Перетворення типу «поворот-розтяг» відносно довільного центра записується у матричному вигляді:

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}.$$

Якщо використовується лише одне афінне перетворення, то точки, деякої множини притягуються до нерухомої точки афінного перетворення, а відрізки скінченної довжини послідовно крок за кроком будуть стискатися до відрізка як завгодно малої довжини, і в границі нескінченної кількості ітерацій відрізок виродиться в точку, яка є нерухомою точкою (атрактором) цього відображення.

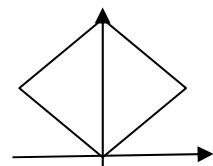


Для створення фракталів, які нагадують листок папороті використовують СІФ, що складається із чотирьох стискаючих афінних перетворень (табл. I).

		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>p</i>
I	T_1	0	0	0	0,16	0	0	0,01
	T_2	0,85	0,04	-0,04	0,85	0	1,6	0,85
	T_3	0,2	-0,26	0,23	0,22	0	1,6	0,07
	T_4	-0,15	0,28	0,26	0,24	0	0,44	0,07
II	T_1	0	0	0	0,16	0	0	0,01
	T_2	0,85	0	0	0,85	0	1,6	0,85
	T_3	-0,1667	-0,2887	0,2887	-0,667	0	1,6	0,07
	T_4	-0,1667	0,2887	-0,2887	-0,1667	0	0,44	0,07

Кожний рядок таблиці відповідає одному афінному перетворенню, яке аналітично визначається формулою: $x_{n+1} = ax_n + by_n + e$, $y_{n+1} = cx_n + dy_n + f$.

Перше перетворення відповідає стиску квадрата, повернутого на 45° так, що одна із його діагоналей співпадає з вертикальною віссю, а інша – із горизонтальною, у вертикальний відрізок довжиною 0,16. Це майбутнє «стебло» папороті. Друге перетворення в сукупності із першим формують стебло папороті із деяким згином. Друге і третє – листки папороті зліва, а друге і четверте – з правого боку стебла. Відносне положення листків визначається трансляцією. Змінюючи параметри афінних перетворень, які входять у систему функцій, можна отримувати різні модифікації листка папороті.



Для отримання фракталу, який нагадує ялинку достатньо взяти систему ітеруєчих функцій табл. II, в якій у третьому і четвертому перетвореннях використано повороти на 120° і -120° із стиском у 3 рази вздовж обох осей.