

УДК 519.217

Мощова М. – ст. гр. КА-22

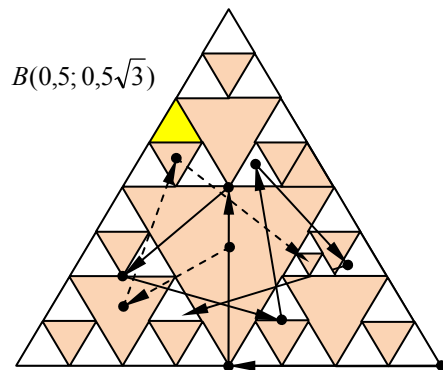
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

СИСТЕМА ІТЕРУЮЧИХ ФУНКЦІЙ І ТРИКУТНИК СЕРПІНСЬКОГО

Науковий керівник: к.ф.-м.н., доцент Демчишин О.І.

Фрактали – це геометричні об’єкти (лінії, поверхні, просторові тіла), які мають сильноламану форму із властивістю самоподібності, тобто більш менш однотипної побудови фрактала в широкому діапазоні масштабів: $l_{\min} \leq l \leq l_{\max}$. Для регулярних фракталів характерна властивість точної самоподібності. Вони будуються шляхом нескінченного повторення декількох простих операцій, замінюючи один елемент деякою комбінацією інших. Цю процедуру Дж. Хатчинсон у 1981 році перевів на мову математичних формул, які було названо: Система Ітераційних Функцій (СІФ). Сам метод став відомим завдяки М. Барнслі. Його суть полягає в тому, що розглядається сукупність стискаючих відображень: T_1 , з коефіцієнтом стиску $s_1 < 1$; T_2 , – $s_2 < 1$; ... T_m , – $s_m < 1$, які діють на множині \mathbf{R}^n . Ці m відображень складають одне стискаюче відображення T .

Утворимо фрактал, який називається серветкою Серпінського. Для цього здійснимо над рівностороннім трикутником із стороною l_0 випадковим чином три відображення: T_1 переводить трикутник у рівносторонній трикутник з вдвічі меншою стороною; T_2 зменшує вихідний трикутник вдвічі і зміщує його по горизонталі вправо на $0,5l_0$; T_3 здійснює трансляцію вдвічі меншого трикутника на трансляційний вектор $\vec{t} = (0,25; 0,25\sqrt{3})$. Тоді афінне перетворення площини можна записати у вигляді:



$$x_{n+1} = ax_n + by_n + e, \quad y_{n+1} = cx_n + dy_n + f.$$

На рисунку здійснено третє покоління ітерацій, яке складається із $3^3 = 27$ трикутників (над виділеним трикутником здійснена комбінація $T_1 T_2 T_3$: над вихідним трикутником здійснено перетворення T_3 ; над отриманим трикутником – T_1 , і далі – T_3).

Перетворення можна записати у вигляді таблиці:

	a	b	c	d	e	f	p
T_1	0,5	0	0	0,5	0	0	0,(3)
T_2	0,5	0	0	0,5	0,5	0,5	0,(3)
T_3	0,5	0	0	0,5	0,25	$0,25\sqrt{3}$	0,(3)

Здійснюючи послідовно над випадково вибраною точкою всередині ABC вибрані відображення ми, при великій кількості ітерацій, отримуємо структуру трикутника Серпінського (набір із 21 чисел містить всю необхідну інформацію). Послідовне проведення одного перетворення приводить до швидкого наближення до відповідної вершини (після 10 ітерацій розміри малого трикутника складуть $2^{-10}l_0$).