УДК 519.816

Белиця Ю.– ст. гр. СНм -51
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

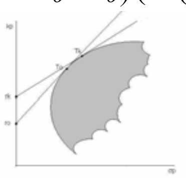
МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧІ ПОБУДОВИ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЯ ЗМІШАНОЇ СТРУКТУРИ

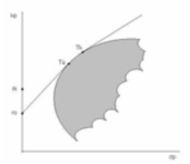
Науковий керівник: к.т.н Загородна Н.В

Перед формуванням інвестиційного портфеля необхідно визначитись, який саме тип портфелю формувати : спрямований на зростання, спрямований на дохід чи консервативний портфель. Метою має виступати формування комбінації цінних паперів з оптимальним співвідношенням "дохід-ризик". Портфель змішаної структури – сукупність цінних паперів різного виду, різного терміну дії, що відображають весь спектр різноманітних цілей інвестування в умовах ринку.

Для оптимізації портфеля змішаної структури використовують задачу Тобіна.

При побудові задачі Тобіна з можливістю кредитування, портфель можна сформувати з будь-якою очікуваною дохідністю, але і ризик буде необмежено зростати. Нехай інвестор може отримати кредит по ставці r_k, яка перевищує дохідність r_o від інвестування. Щоб подивитись, як це вплине на ефективну множину, збільшимо дохідність безризикового активу до r_k (результуюча ефективна множина це буде пряма лінія, що проходить через точки r_k і $T_{k,}$) і зменшимо ставку кредиту до r_o (результуючою ефективною множиною буде пряма, що проходить через точки r_o і T_o) (А (по горизонталі – ризик, по вертикалі - дохід)).


А


Б


В

Далі, інвестор не може отримати кредит по ставці r_o, то частина лінії, що виходить з r_o і продовжується правіше T_o, недоступна для інвестора. І частина прямої, що проходить через точки r_k і T_k, і лежить лівіше T_k, також недоступна, так як безризиковий актив не може мати дохідність r_k. Тобто, отримали ефективну множину, зображену на рисунку Б. Тепер нехай r_k буде більшим за r_o. Ефективна множина зміниться і складатиметься вже з двох частин, які перетинатимуться в точці T (В).

Оптимальним портфелем для інвестора буде портфель, відповідає точці дотику кривої байдужості інвестора з ефективною множиною.

Тоді обернена задача Тобіна з можливістю взяття кредиту має вигляд

$$\begin{cases} DV_p = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} V_{ij}x_i x_j \to \min \\ \sum_{i=1}^{n} k_i x_i + k_0 x_0 - r_p \alpha_0 = k_p \\ \sum_{i=1}^{n} x_i + x_0 = 1 + a \end{cases}$$

де n – кількість ризикованих цінних паперів, x_i - їх частки в портфелі, x_0 – частка неризикованих (облігацій), k_i, k_0 – дохідності акцій і облігацій відповідно, k_p – очікувана дохідність портфеля і V_{ij} - дисперсійно-коваріаційна матриця $V_{ij} = \begin{cases} \sigma_i, i = j \\ \mathrm{cov}_{ij}, i \neq j \end{cases}$,

α_0 – частка кредиту, r_p – ставка кредиту. Ця задача розв'язується методом множників Лагранжа, і після диференціювання отримуємо лінійну систему, яка легко розв'язується.