

УДК 621.793: 539.3

Н.В. Бабич, Н.А. Долгов, докт. техн. наук, доц., А.А. Дзюба

Институт проблем прочности имени Г.С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

СКАЧКООБРАЗНОЕ ИЗМЕНЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ СИНГУЛЯРНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ РАЗРУШЕНИИ ПОКРЫТИЙ

N.V. Babich, N.A. Dolgov, Dr., Assoc. Prof., A.A. Dziuba

STEPWISE CHANGE OF STRESS SINGULARITY PARAMETER AT FAILURE OF COATINGS

Для изучения причин разрушения элементов конструкций с покрытиями необходимо учитывать их напряженное состояние. Наличие свободного края покрытия, возникающего как при испытаниях, так и при эксплуатации, вызывает появление сингулярности полей напряжений. В работе была исследована сингулярность полей напряжений в материалах с покрытиями до и после их отслоения.

В системе основа-покрытие существуют два вида сингулярности полей напряжений. Первый вид возникает в окрестности свободного края покрытия (рис. 1), а второй – после отслоения покрытия (рис. 2). Рассмотрим первую сингулярность подробнее.

При определении сингулярности в окрестности свободного края покрытия используем полярную систему координат с центром в точке O (рис. 1). Тогда положение любой точки основы и покрытия определяется расстоянием от начала координат O и углом θ между радиус-вектором r и фиксированной осью Oz . Покрытие занимает область $0 < \theta \leq \pi/2$. Модули упругости и коэффициенты Пуассона покрытия и основы обозначим соответственно E_s, μ_s и E_c, μ_c . Здесь и далее индексы s относятся к покрытию, c – к основе.

Для решения краевой задачи используем бигармонические уравнения теории упругости для функции напряжений φ , зависящей от r и θ (функции Эри) [1]:

$$\nabla^4 \varphi_s = 0;$$

$$\nabla^4 \varphi_c = 0,$$

$$\text{где} \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}.$$

Исследование, полученного характеристического трансцендентного уравнения относительно параметра сингулярности λ , представляет интерес при изучении напряжений в материалах с покрытиями [2]. Большое значение с точки зрения сингулярности представляет область малых значений r , так как при $r \rightarrow 0$ компоненты напряжений пропорциональны $r^{\lambda-1}$, где $\lambda-1$ – порядок сингулярности поля напряжений, т. е.:

$$\sigma_r^s; \sigma_{r\theta}^s; \tau_{r\theta}^s \sim r^{\lambda-1};$$

$$\sigma_r^c; \sigma_{r\theta}^c; \tau_{r\theta}^c \sim r^{\lambda-1}.$$

Характеристическое трансцендентное уравнение имеет бесконечное количество действительных и комплексных решений. Ограничим область решений неравенством $0 < \text{Re}(\lambda) < 1$ при определении порядка сингулярности для полей напряжений и перемещений. Значения $\lambda = 0$ и $\lambda = 1$ являются тривиальными решениями характеристического уравнения, соответствующими перемещению и вращению абсолютно твердого тела.

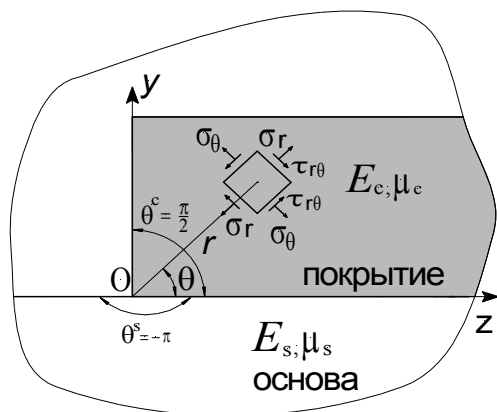


Рис. 1. Элемент системы основа-покрытие в полярной системе координат

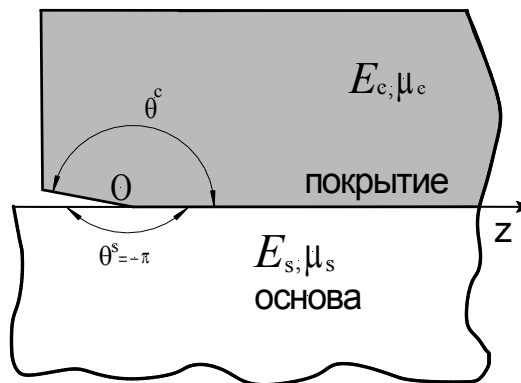


Рис. 2. Окрестность свободного края покрытия после отслоения

Решение характеристического трансцендентного уравнения было получено численно. Для низкоимпульсных ($E_c/E_s = 0,1; 0,01$) и высокоимпульсных ($E_c/E_s = 10, 100$) покрытий показатели сингулярности до и после отслоения представлены в таблице. При расчетах принимали модуль основы $E_s = 200$ ГПа, а коэффициенты Пуассона основы и покрытия – $\mu_s = \mu_c = 0,3$.

Таблица. Показатели сингулярности покрытий до и после отслоения

E_c/E_s	Показатель сингулярности λ	
	до отслоения	после отслоения
10	$0,59 + 0,22i$	$0,5 + 0,23i$
100	$0,51 + 0,31i$	$0,5 + 0,31$
0,1	0,62	$0,5 + 0,23i$
0,01	0,66	$0,5 + 0,31$
1	0,54; 0,91	0,5

Таким образом, полученные результаты свидетельствуют о том, что после отслоения покрытия сингулярность полей напряжений λ меняется скачкообразно. Эти особенности системы основа-покрытие необходимо учитывать при расчетах на прочность материалов с покрытиями.

Литература

1. Тимошенко С.П. Теория упругости / С.П. Тимошенко, Дж. Гудьер. – М.: Наука, 1975. – 576 с.
2. Долгов М. Сингулярність напружень при створенні та руйнуванні вакуумно-дугових покриттів / М. Долгов, І. Смирнов // Вісник ТНТУ. – 2011. – Т. 17. – № 2. – С. 52 – 58.