УДК 517.949.2

Л. Стельмащук
(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З ВОЛЬТЕРОВИМ ІНТЕГРАЛЬНИМ ЧЛЕНОМ

Розглянемо інтегро – диференціальне рівняння із запізненням

$$\frac{d^2x}{dt^2}=f\left(t,[x(t)],\int_0^t\varphi(t,s,[x(s)])ds\right), \qquad (1)$$

де позначено $[x(t)]=(x(t),x(t-\tau),\dot{x}(t),\dot{x}(t-\tau))$.

Припустимо, що функції $f(t,u,u_1,v,v_1,w)$, $\varphi(t,s,u,u_1,v,v_1)$ в правій частині рівняння (1) визначені в області

$$t,s\in R,\ \ u,u_1\in D_1,\ \ v,v_1\in D_2,\ \ w\in D_3, \qquad (2)$$

де $D_1=[a,b]$, $D_2=[c,d]$, $D_3=[\alpha,\beta]$; неперервні за сукупністю змінних t,s,u,u_1,v,v_1,w, T – періодичні по *t, s* , обмежені сталими *M* та *N* відповідно і задовольняють в області (2) умови Ліпшица з додатними сталими $K_1,...,K_5,L_1,...,L_4$.

Не складно одержати необхідні умови існування T- періодичних розв'язків рівняння (1). Якщо в області (2) $\det\left|\frac{\partial f(t,u,u_1,v,v_1,w)}{\partial w}\right|\neq 0$, то необхідна умова існування періодичного розв'язку рівняння (1) полягає в тому, щоб тотожно для всіх t виконувалась рівність

$$\int_0^T\varphi(t,s,[x(s)])ds=0, \qquad (3)$$

Систему вигляду (1) будемо називати T-системою, якщо:

1) $\quad b-a\geq\frac{MT^2}{6}$;

2) $$Q=K_1\frac{T^2}{9}+K_2\frac{T}{3}\left(\frac{T}{3}+\frac{3\alpha^2(\tau)}{8T}\right)+K_3\frac{2T}{3}+K_4\left(\frac{2T}{3}+\frac{3\alpha^2(\tau)}{8T}\right)+$$
$$+K_5T\left((L_1+L_2)\frac{T^2}{6}+(L_3+L_4)\frac{5T}{6}\right)<1;\qquad \text{де } \alpha(t)=2t\left(1-\frac{t}{T}\right).$$

При таких припущеннях справедливе наступне твердження.

Теорема. Нехай система (1) є T-системою. Припустимо, що $\psi(t)$ - періодичний з періодом T розв'язок цієї системи, який при $t=0$ проходить через точку $x_0\in I_1=\left[a+\frac{MT^2}{6};b-\frac{MT^2}{6}\right]$. Тоді $\psi(t)=\lim\limits_{m\to\infty}x_m(t,x_0)$, де $x_m(t,x_0)$- періодичні по t з періодом T функції, що визначаються співвідношеннями

$$x_0(t,x_0)=x_0,\ \ x_m(t,x_0)=x_0+L^2f\left(t,[x_{m-1}(t,x_0)],\int_0^t\varphi(t,s,[x_{m-1}(s,x_0)])ds\right),\ m=1,2,...$$

Тут $L^2f=L(Lf)$ - двократне застосування оператора L [1].

Література.

1. Самойленко А.М., Ронто Н.И. Численно – аналитические методы исследования периодических решений. – Киев: Высш. шк., 1976. – 180 с.