

УДК 519.6

М. Петрик, В. Дейнека

(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

МОДЕЛІ І МЕТОДИ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ СКЛАДНИХ БАГАТОКОМПОНЕНТНИХ СИСТЕМ

Постановка прямої задачі ідентифікації. Для відновлення коефіцієнта дифузії D_{intra_m} мікрочастинок m -ої складової багаточастицевого нанопористого середовища отримуємо наступну задачу ідентифікації

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_m}{\partial t} &= D_{\text{intra}_m} \left(\frac{\partial^2 q_m}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial q_m}{\partial r} \right), \quad r \in (0, R), (t, z) \in \Omega_{mT}, \\ \frac{\partial q_m}{\partial r} \Big|_{r=0} &= 0, (t, z) \in \Omega_{mT}, \quad q_m \Big|_{r=R} = k_m c_m, (t, z) \in \Omega_{mT}, \\ q \Big|_{t=0} &= 0, \quad r \in (0, R), \quad z \in \Omega_m. \end{aligned} \quad (1)$$

Вважаючи, що коефіцієнти дифузії D_{intra_m} невідомі, але на поверхнях $z = \gamma \in \Omega_m$ відомі сліди розв'язків задачі (значення концентрацій)

$$\bar{q}_m(t, z) \Big|_{\gamma} = g_m(t) \Big|_{\gamma}, \quad t \in (0, T) \quad (2)$$

отримуємо задачу, що полягає в знаходженні параметрів $D_{\text{intra}_m} \in D$, де $D = \{v(t, z) : v \Big|_{\Omega_m} \in C([0, T]), v > 0\}$ як функцій, залежних від часу, при яких розв'язок q_m задачі (1) задовольняє умові (2).

Функціонал-нев'язка, що визначає величину відхилення шуканого розв'язку від його слідів на поверхнях $\gamma \in \Omega_m$, має вигляд:

$$J(D_{\text{intra}_m}(t)) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{n+1} \int_0^T \int_{\Omega_m} \left\| \bar{q}_m(t, z, D_{\text{intra}_m}) - g_m(t) \right\|_{L_2(\gamma)}^2 dt. \quad (3)$$

Спряжена задача ідентифікації:

$$\frac{\partial \Psi_m}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D_{\text{intra}_m}^n \frac{\partial \Psi_m}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \left(q_m(D_{\text{intra}_m}^n; t, R/2) - g_m(t) \right) \delta(r - R/2), \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Psi_m}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad \Psi_m \Big|_{r=R} = 0, \quad t \in (0, T), \quad \Psi_m(t, r) \Big|_{t=T} = 0, \quad r \in (0, R) \quad (5)$$

Вираз для обчислення $n+1$ -го значення коефіцієнта дифузії $D_{\text{intra}_m}^{n+1}$

$$D_{\text{intra}_m}^{n+1}(t) = D_{\text{intra}_m}^{n+1}(t) - \nabla J_{D_{\text{intra}_m}^n}^n(t) \cdot \frac{\left\| 2N_m \left(D_{\text{intra}_m}^n, t, \frac{1}{2} \right) - g_m(t) \right\|^2}{\left\| \nabla J_{D_{\text{intra}_m}^n}^n(t) \right\|^2}, \quad t \in (0, T) \quad (6)$$

Тут $\nabla J_{D_{\text{intra}_m}^n}^n(t)$ - градієнт функціонала-нев'язки.

$$\nabla J_{D_{\text{intra}_m}^n}^n(t) = \int_0^R \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial q_m}{\partial r} \right) \Psi_m dr, \quad t \in (0, T) \quad (7)$$