УДК 621.791.927.7

О. Шаблій, Л. Цимбалюк
(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

ДОСЛІДЖЕННЯ ІНДУКЦІЙНОГО НАГРІВУ КРУГЛИХ ДИСКІВ

Для нагріву круглого диска необхідно створити в ньому електромагнітне поле, яке характеризується величинами: $\vec{E}$ - напруженість електричного поля, $\vec{D}$ - електрична індукція, $\vec{H}$ - напруженість магнітного поля, $\vec{B}$ - магнітна індукція. Вказані фізичні величини зв'язані між собою рівняннями Максвела: $rot\vec{H} = \vec{\delta} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$, $rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, в яких магнітна і електрична індукції зв'язані з напруженостями таким чином:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \ ,$$

(1) де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна постійна, $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, μ - відносна магнітна проникливість матеріалу, ε - відносна електрична проникливість матеріалу, $\vec{\delta}$ - густина струму провідності.

Вважається, що диск нагрівається з допомогою індуктора, витки якого змонтовані паралельно до торців поверхні диска так, що осі його координат перпендикулярні до основної поверхні диска (Z), мають напрям по радіусу диска (X) та дотичної до торцевої поверхні (Y). Враховуючи симетрію змонтованого індуктора і диска, будуть мати місце тільки фізичні компоненти $H_{Z,}, E_Y, B_Z, \delta y$, для яких справедливі рівняння:

$$\frac{\partial H_Z}{\partial x} = \delta_y = \frac{E_Y}{\rho} = \gamma E_Y; \qquad \frac{\partial E_Y}{\partial x} = -\frac{\partial B_Z}{\partial t} = \mu_0 \mu \frac{\partial H_Z}{\partial t} \tag{2}$$

де ρ - питомий опір, $ом \cdot м$; γ - питома провідність, сім/м.

Припустивши, що напруженості електричного і магнітного полів синусоїдальні, з рівнянь (2) отримаємо:

$$-\frac{\partial \dot{H}_m}{\partial x} = \delta_m = \gamma E_m, \qquad \frac{\partial \dot{E}_m}{\partial x} = -iw\mu_0 \mu \dot{H}_m \, ,$$

(3) де H_m і E_m, $\dot{H}_m$ і $\dot{E}_m$ - дійсні і комплексні амплітуди напруженостей магнітного та електричного полів відповідно. Також з рівнянь (3) маємо

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_m}{\partial x^2} - i2k^2 \dot{H}_m = 0 \, ,$$

$$\dot{E}_m = -\frac{1}{\gamma}\frac{\partial \dot{H}_m}{\partial x} = \rho A k (1+i) e^{-k(1+i)x} = \rho A k (1+i) e^{-kx} (\cos kx - i \sin kx), \quad \text{де} \quad k = \frac{1}{\vartriangle} = \sqrt{\frac{w\mu_0 \mu \gamma}{2}} \, .$$

Розв'язок останніх двох рівнянь, при умові $\dot{H}_m = \dot{H}_{me} = H_m$ на торцевій поверхні диска, має вигляд

$$\dot{H}_m = H_{me} e^{-k(x-x_0)} e^{-ik(x-x_0)}, \quad \dot{E}_m = \sqrt{2} k \rho \dot{H}_{me} e^{-k(x-x_0)} e^{-i\left[k(x-x_0)\frac{\pi}{4}\right]} \quad , \tag{4}$$

в яких x_0 - координата торцевої поверхні.

Питома потужність теплових джерел, знайдена з допомогою формули $W = \gamma \dot{E} \cdot \overset{*}{E}$, та виразу для $\dot{E}$ з (4), має вигляд:

$$W = 2\rho k^2 H^2_{me} e^{-2k(x-x_0)} \, .$$

де $\overset{*}{E}$ - комплексно спряжена величина до E, а $H_{me} = N \cdot I_i \sqrt{2}$, N - кількість витків індуктора, I_i - струм в індукторі, $I_m = I_i \sqrt{2}$ - амплітуда значення струму в індукторі, a - висота індуктора.