УДК 517.9
Б. Шелестовський
(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

МІШАНА ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ ІЗОТРОПНОГО ПІВПРОСТОРУ З ГРАНИЧНИМИ УМОВАМИ ТРЕТЬОГО РОДУ

Розглянемо ізотропний простір на граничній поверхні якого в круговій області радіуса a задано температуру $T_0(r)$. Зовні кругової області на межі відбувається теплообмін півпростору з оточуючим середовищем за законом Ньютона. Рівняння теплопровідності в циліндричних координатах r, φ, z має вигляд:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}=0. \qquad (1)$$

Граничні умови:

$$T(r,0)=T_0(r), \quad 0\le r\le a; \quad \frac{\partial T(r,0)}{\partial z}=kT(r,0), \quad r>a. \qquad (2)$$

Застосуємо до (1) інтегральне перетворення Ганкеля та теорему його обернення

$$T(r,z)=\int_0^\infty E(p)e^{-pz}J_0(pr)\,dp. \qquad (3)$$

Задовольняючи граничним умовам для функції $T(r,z)$, одержимо парні інтегральні рівняння

$$\int_0^\infty E(\alpha)J_0(\alpha\rho)\,d\alpha=aT_0(\rho), \qquad 0<\rho<1. \qquad (4)$$

$$\int_0^\infty \frac{\alpha E(\alpha)}{1-g(\alpha)}d\alpha=0, \qquad \rho>1, \qquad \rho=\frac{r}{a}, \qquad g(\alpha)=\alpha+ka.$$

Покладемо:
$$E(p)=\left[1-g(p)\right]\int_0^1\varphi(t)\cos pt\,dt,$$

де функція $\mathrm{E}(p)$ є розв'язок інтегрального перетворення рівняння Фредгольма другого роду

$$\varphi(x)-\frac{1}{\pi}\int_0^1\varphi(t)\left[\delta(t+x)+\delta(t-x)\right]dt=F(x),$$

$$F(x)=\frac{2}{\pi}a\left[T_0(0)+x\int_0^{\pi/2}T_0'(x\sin\theta)\,d\theta\right], \qquad (5)$$

$$\delta(y)=-ka\left[\sin kay\cdot si\,kay+\cos kay\cdot ci\,kay\right].$$

Для випадку $T_0(r)=T_0=const$ рівняння (5) розв'язано методом послідовних наближень. Показано, що процес послідовних наближень збіжний при виконанні умови $0\le ka<1{,}35$.

$$\varphi(x)=T_0a\left\{\frac{2}{\pi}+\frac{2}{\pi^2}\left[\pi-B(x,k)\right]+\frac{4}{\pi^3}k^2\int_0^\infty\left[\left(k\sin\alpha\times A(x,\alpha)-k\cos\alpha\cdot B(x,k)+\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.+\alpha\cos\alpha\cdot B(x,k)-k\sin\alpha A(x,k)\right)\times\frac{1}{\alpha^2-k^2}-\frac{\pi\cos\alpha x}{\alpha+k}\right]\frac{\sin\alpha}{\alpha(\alpha+k)}d\alpha\right\}.$$