

УДК 539.3

О. Самборська

(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

ПРОСТОРОВА ЗАДАЧА ПРО НЕСТІЙКІСТЬ НЕСКІНЧЕННОГО ПРУЖНОГО ТІЛА, АРМОВАНОГО РЯДОМ ПОРОЖНИСТИХ ВОЛОКОН

Розглядається тривимірна задача нестійкості ряду порожнистих волокон у матриці під дією стиску в напрямку волокон. Підхід базується на моделі кусково-однорідного середовища із залученням рівнянь тривимірної лінеаризованої теорії стійкості деформівних тіл, отриманих шляхом строгої лінеаризації вихідних нелінійних співвідношень. Лінеаризовані рівняння застосовуються як до матриці, так і до кожного з волокон для загального випадку теорії скінченних докритичних деформацій.

Згідно зі загальними розв'язками тривимірних лінеаризованих задач, зміщення та поверхневі сили виражаються через потенціальні функції u та c , які є розв'язками

$$\text{рівнянь: } \begin{cases} \Delta V + z_1^2 \frac{\Delta u}{z_1^2} = 0, \\ \Delta V^2 + (z_2^2 + z_3^2) \frac{\Delta u}{z_2^2} + z_2^2 z_3^2 \frac{\Delta c}{z_2^4 z_3^4} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{де } V = \frac{\Delta u}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\Delta u}{r} + \frac{1}{r^2} \frac{\Delta u}{Q^2}.$$

Розв'язки для кожного з порожнистих волокон будуються у вигляді рядів Фур'є з модифікованими функціями Бесселя та функціями Макдональда, а для матриці - в такому ж вигляді, як і у випадку суцільних волокон. В результаті задоволення граничних умов на внутрішній та зовнішній поверхнях кожного волокна одержано нескінченну однорідну систему лінійних рівнянь для визначення невідомих коефіцієнтів, які входять у розв'язки.

Для того, щоб отримана однорідна система мала ненульові розв'язки, необхідно та достатньо, щоб її визначник дорівнював нулю:

$$V(l, d, k) = 0. \quad (2)$$

Доведено, що характеристичний визначник $V(l, d, k)$, як і у випадку суцільних волокон, є визначником нормального типу. Тому при розв'язуванні характеристичного рівняння (2) нескінченний визначник можна замінити скінченним.

В результаті чисельного розв'язання рівняння (2) одержуємо функціональну залежність

$$l = l(d, k) \quad (3)$$

Критичні значення видовження l , параметра хвилеутворення k та довжини півхвилі l форми втрати стійкості визначаємо за формулами:

$$\begin{aligned} l^*(d) &= \max l(d, k), & l_{кр} &= \max l^*(d), \\ k &\in \mathbb{N}_0, & d &\in [0; 1] \\ d &= \text{const} \end{aligned} \quad (4)$$

$$l_{кр} = l(d_{кр}, k_{кр}), \quad l_{кр} = p R k_{кр}^{-1}.$$