УДК 517.217.1
М. Приймак, О. Мацюк, О. Маєвський, Р. Драпак
(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

СТОХАСТИЧНО ПЕРІОДИЧНІ ПОТОКИ ТА ЇХ МОДЕЛЬ

При розробці, вивченні, оптимізації систем масового обслуговування (СМО) основна увага приділяється на основні складові СМО: вхідний потік подій (замовлень); структура системи, зокрема кількість обслуговуючих одиниць (апаратів); встановлені правила (закономірності) обслуговування замовлень (дисципліна черги); ефективність (якість) функціонування системи. Первинним тут є вхідний потік, оскільки його закон розподілу в значній мірі обумовлює і характер процесів масового обслуговування. Нагадаємо деякі загальні поняття потоку та розглянемо можливість опису потоків, характерною особливістю яких є стохастична періодичність.

Вхідним потоком є моменти часу $t_{-1}, t_0, t_1, ..., t_k, ...$, в які відбуваються звернення в СМО з вимогами виконати замовлення. Якщо вхідний потік є найпростішим, тобто потоком без наслідків, ординарним і стаціонарним, то ймовірність надходження k замовлень за проміжок часу (t_1, t_2) задається формулою

$$P_k(t_1, t_2) = \frac{[\lambda(t_2 - t_1)]^k}{k!} e^{-\lambda(t_2 - t_1)} = \frac{(\lambda\tau)^k}{k!} e^{-\lambda\tau}, \qquad (1)$$

де $\tau = t_2 - t_1$. Число λ, що входить в (1), є параметром потоку і характеризує його інтенсивність. Оскільки формула (2) описує розподіл Пуассона, то найпростіший потік ще називають пуассонівським потоком однорідних подій. Для пуассонівського потоку розподіл інтервалів часу τ_i між сусідніми подіями задається функцією $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$, відповідно густина розподілу $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$.

Якщо потоки розглядати на достатньо тривалих інтервалах часу (доба, рік), то для більшості з них характерна стохастична періодичність з деяким періодом T. Такими, наприклад, є потоки ввімкнень в електромережу споживачів електроенергії, виклики на станцію швидкої допомоги тощо. Щоб врахувати стохастичну періодичність потоку, в [2] було запропоновано вважати, що його параметр λ є періодичною функцією з відповідним періодом T:

$$\lambda(t) = \lambda(t + \mathrm{T}). \qquad (2)$$

Враховуючи (2), густина розподілу інтервалів часу τ_i між сусідніми подіями теж буде періодичною функцією: $f(x;t) = \lambda(t) e^{-\lambda(t)x} = \lambda(t+T) e^{-\lambda(t+T)x} = f(x; t+T)$. Періодичним при цьому буде також розподіл Ерланга [1]

$$f_k(x;t) = \frac{\lambda(t)(\lambda(t)x)^{k-1}}{(k-1)} e^{-\lambda(t)x} = \frac{\lambda(t+T)(\lambda(t+T)x)^{k-1}}{(k-1)} e^{-\lambda(t+T)x} = f_k(x; t+T),\ k = 1,2,....$$

Періодичність параметра $\lambda(t)$, періодичність густини розподілу інтервалів часу τ_i та розподілу Ерланга може успішно використовуватися при статистичному аналізі стохастично періодичних потоків, в задачах дослідження СМО методами Монте-Карло.

Література

1. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М.: Наука, 1983. – 398 с.

2. Приймак М.В. Основи теорії моделювання, аналізу і прогнозу в автоматизованих системах управління ритмічними процесами: Автореф. дис. докт. техн. наук: 05.13.06 / Київ: НАУ, 2001. – 34 с.