

УДК 536.2

М. Михайлишин, Г. Семенишин

(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНИХ ПОЛІВ, ЩО ВИНИКАЮТЬ ПРИ ЗВАРЮВАННІ ТОНКИХ ПЛАСТИН

Розглядається задача визначення температурного поля, яке виникає при зварюванні двох довгих тонких полос поздовжнім швом. Процес зварювання моделюється дією внутрішніх джерел тепла, зосереджених в області шва $|y| < \delta$, інтенсивності $w_i(y, z, t)$. Пластина займає область $-b \leq y \leq b$ і нескінченно довга напрямку осі x . Товщина пластини мала і має місце симетрія процесу відносно серединної площини. Зварювання здійснюється по лінії $y = 0$ одночасно по всій довжині полос. Задача зводиться до наступного рівняння

$$\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^2} - \frac{1}{a} \frac{\partial T^*}{\partial \tau} = \frac{2\alpha}{\lambda h} T^* - \frac{W}{\lambda}$$

$$\text{де } T = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} t(y, z, \tau) dz, \quad W = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} w_i(y, z, \tau) dz, \quad T^* = T - t_c$$

і таких початкових і граничних умов:

при $\tau = 0, T = t_c = const$

$$\pm \frac{\partial T^*}{\partial y} + \frac{\alpha}{\lambda} T^* = 0 \text{ при } y = \pm b$$

Враховуючи, що в нашому випадку інтенсивність нагріву

$$w_i(y, z, \tau) = \begin{cases} w_0, & |y| \leq \delta, \tau \leq \tau_i \\ 0, & \tau > \tau_i \end{cases}$$

знайдено аналітичний розв'язок задачі у вигляді

$$T^*(y, \tau) = T_1^*(y, \tau) - T_1^*(y, \tau - \tau_i) S_+(\tau - \tau_i),$$

$$T_1^*(y, \tau) = \frac{2\alpha w_0}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n \delta}{\mu_n \psi_n^2 (\alpha b + \lambda \sin^2 \mu_n b)} \left(e^{-a\psi_n^2(\tau - \tau_i)} - e^{-a\psi_n^2 \tau} \right) \cos \mu_n y$$

$$\psi_n^2 = \mu_n^2 + \frac{2\alpha}{\lambda h}, \quad \mu_n - \text{корені рівняння } tg \mu_n b = \frac{\alpha}{\lambda \mu_n}, \quad S_+(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} - \text{функція скачка,}$$

τ_i – час нагріву.

Знайдений розв'язок дозволяє знаходити температурні поля як на етапі нагріву, так і після його завершення.