

УДК 319.216

**М.Хвостівський; Л.Дедів; В.Дунець; Г.Шадріна, канд.техн.наук.**  
*Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя*

## **ІМІТАЦІЙНА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОКАРДІОСИГНАЛУ НА ОСНОВІ ПЕРІОДИЧНО КОРЕЛЬОВАНОГО ВИПАДКОВОГО ПРОЦЕСУ**

*На основі математичної моделі електрокардіосигналу у вигляді періодично корельованого випадкового процесу розроблено його комп'ютерну імітаційну модель, яка враховує у своїй структурі поєднання властивостей стохастичності із повторністю електрокардіосигналу. Використовуючи програмне середовище Matlab, розроблено програму з графічним інтерфейсом, яка імітує електрокардіосигнал за відомими статистичними параметрами для патологій і норм (амплітуди P,Q,R,S,T,U зубців, часові тривалості зубців, амплітудні та часові відхилення) з достовірним відтворенням даних.*

## **ELECTROCARDIOSIGNAL SIMULATION MODEL BASED ON THE PERIODICALLY CORRELATED STOCHASTIC PROCESS**

**M.Khvostivsky; L.Dediv; V.Dunets; H.Shadrina.**

*A computer simulation model which takes into account the combination of stochastic and repeated properties in the electrocardiosignal structure and based on of mathematical model of electrocardiosignal as the periodically correlated random process is developed. The program with a graphic interface, which imitates the electrocardiosignal based on the known statistical parameters for pathologies and norms (amplitudes of P,Q,R,S,T,U indents, indents time duration, amplitudes and time rejections) with the reliable representation of information, is developed by means of Matlab software environment.*

### **Вступ**

Електрокардіографія є одним з основних методів дослідження серця і діагностики захворювань серцево-судинної системи. Цей метод дає можливість виявити локалізацію ділянок змін міокарда, їх поширення, глибину і час появи, що, в свою чергу, дає змогу лікареві встановити діагноз на ранній стадії появи захворювання. Сучасні комп'ютерні кардіодіагностичні системи повинні автоматично видавати лікареві достовірні дані про момент появи таких змін, що полегшить лікареві діагностику, а це можливо лише за наявності адекватної до такої задачі математичної моделі і розробленої на її основі комп'ютерної імітаційної моделі.

На сьогодні можна виділити низку відомих комп'ютерних імітаційних моделей ЕКС, у яких локалізація ділянок змін міокарда задається апріорно, проте у цих моделей є ряд недоліків, зокрема:

- 1) Модель у вигляді вектора дискретних стаціонарних лінійних випадкових процесів (Лупенко С.А., Литвиненко Я.В., Щербак А.М.) [1] не враховує фактору випадковості цієї локалізації.
- 2) Модель у вигляді адитивної суміші стаціонарних і нестаціонарних процесів, які відповідають зонам електричного спокою та активності, відповідно, (Литвиненко Я.В.) [2] модифікує попередню, зберігаючи її недоліки і, крім того, не враховує у своїй структурі випадковості часових інтервалів, що є природнім для реальних електрокардіосигналів.
- 3) Неформалізована абстрактна модель у вигляді кусково-лінійної апроксимації (Losada R.) [3] відтворює вигляд ЕКС, не враховуючи плавність переходів між зубцями P, Q, R, S, T, U та циклами електрокардіосигналу.

## 1. Формулювання задачі

Аналіз комп'ютерних імітаційних моделей електрокардіосигналів (ЕКС) показав, що відомі комп'ютерні імітаційні моделі не враховують в у своїй структурі випадковість та повторність локалізації ділянок змін міокарда, і це ускладнює автоматизацію діагностики. Для того, щоб полегшити лікареві виявлення моменту появи таких змін, необхідно створити комп'ютерну діагностичну кардіосистему на базі адекватної математичної моделі, і розробленої на її основі.

Відома математична модель ЕКС у вигляді періодично корельованого випадкового процесу (ПКВП) [4], яка враховує в собі поєднання стохастичної природи та повторності локалізації ділянок змін міокарда, що є властивим для сигналів біологічного походження і є придатною для імітаційного моделювання.

Отже, в даній статті поставлено задачу створення комп'ютерної імітаційної моделі ЕКС на базі математичної моделі у вигляді періодично корельованого випадкового процесу, що дасть можливість полегшити процес автоматизації діагностики.

## 2. Комп'ютерна імітаційна модель електрокардіосигналу на основі періодично корельованого випадкового процесу

Базуючись на математичній моделі ЕКС у вигляді ПКВП [4] комп'ютерна імітаційна модель матиме вигляд:

$$\xi(i\Delta t) = \sum_{k \in Z} \chi_{D_k}(i\Delta t) \xi_{\text{період}_k}(i\Delta t + k \cdot N_T \Delta t), \quad k \in \overline{1, N}, \quad (1)$$

де  $\chi_{D_k}(i\Delta t) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } i\Delta t \in D_k \\ 0, & \text{якщо } i\Delta t \notin D_k \end{cases}$  – індикаторна функція;

$k$  – номер періоду;

$\Delta t$  – крок дискретизації ( $\Delta t = \frac{1}{2f}$ , де  $f$  – частота ЕКС з умов теореми

Котельникова);

$i$  – номер відліку;

$N_T$  – кількість точок, які належать в межах одного періоду ЕКС,  $N_T = \frac{T}{\Delta t}$ ;

$D_k = [kN_T \Delta t, (k+1)N_T \Delta t)$  – часовий діапазон тривалості  $k$ -го періоду ЕКС;

$\xi_{\text{період}_k}$  –  $k$ -та випадкова послідовність в межах одного періоду.

Імітаційну модель ЕКС на одному періоді  $T$  побудовано у вигляді синусоїди із експонентційним зниканням на характерних часових рівнях, яка враховує медичні діагностичні параметри, такі як амплітуди хвиль та їх часові тривалості  $Nx\Delta t$  (рис.1):

$$s_j(i\Delta t) = A_j \sin(2 \cdot \pi \cdot i \cdot \Delta t \cdot f_j) \cdot e^{-i\Delta t \cdot K_j} \cdot L_j, \quad i \in [Nx_{j-1}\Delta t; Nx_j\Delta t], \quad (2)$$

де  $j$  – номер хвилі,  $j=1, 2, \dots, M$ ;

$M$  – кількість хвиль;

$Nx_j$  – значення тривалості періоду  $j$ -ої хвилі;

$A_j$  – амплітуда  $j$ -ої хвилі;

$f_j$  – частота коливань синусоїди  $j$ -ої хвилі (в даному випадку для півперіоду);

$K_j$  – коефіцієнти нахилу  $j$ -ої хвилі;

$L_j$  – масштабні коефіцієнти для  $j$ -ої хвилі.

В моделі (2) амплітуди хвиль  $A_j$  і часові їх тривалості  $Nx\Delta t$  є сталими величинами, тому внесемо в даний вираз випадкову складову:

$$\begin{aligned} \xi_{\text{хвиля}_j}(i\Delta t) &= s_j(i\Delta t + \psi_{T_j}) + \psi_{A_j} = \\ &= (A_j + \psi_{A_j}) \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot (i\Delta t + \psi_{T_j}) \cdot f_j) \cdot e^{-i\Delta t \cdot K_j} \cdot L_j, \quad i \in [Nx_{j-1}\Delta t; Nx_j\Delta t], \end{aligned} \quad (3)$$

де  $\psi_A = \text{rnd}(M\{A\}, D\{A\})$  – випадкова величина амплітуди хвилі з математичним сподіванням  $M\{A\}$  та дисперсією  $D\{A\}$ , яка є показником відхилення;

$\psi_T = \text{rnd}(M\{T\}, D\{T\})$  – випадкова величина часової тривалості хвилі з математичним сподіванням  $M\{T\}$  та дисперсією  $D\{T\}$ , яка є показником відхилення.

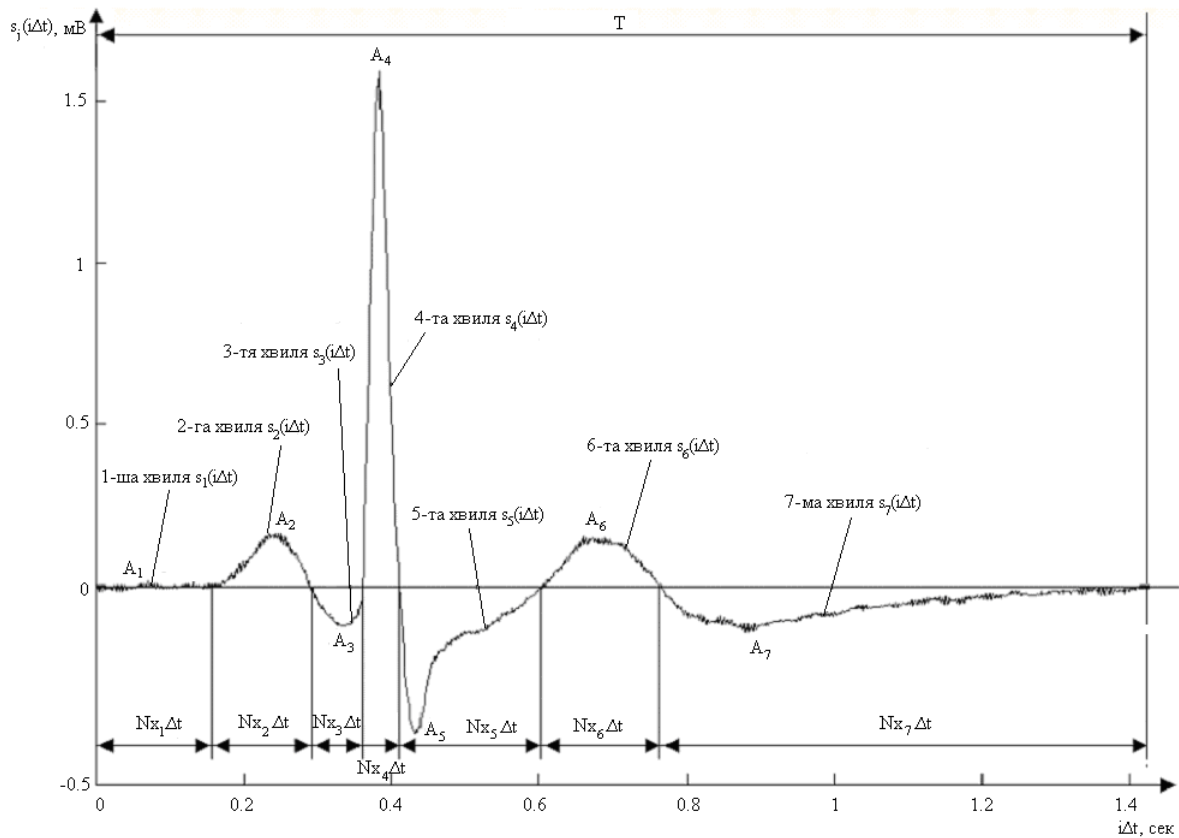


Рисунок 1 – Електрокардіосигнал та його основні параметри ( $M = 7$ )

Отримані значення функцій (3) для  $j = 1, 2, 3, \dots, M$  об'єднаємо в одну функцію:

$$\xi_{\text{період}}(i\Delta t) = \xi_{\text{хвиля}_1}(i_1\Delta t) \cup \xi_{\text{хвиля}_2}(i_2\Delta t) \cup \xi_{\text{хвиля}_3}(i_3\Delta t) \cup \dots \cup \xi_{\text{хвиля}_M}(i_M\Delta t) \quad (4)$$

де  $j = \overline{1, M}$  - номер хвилі;

$i_1\Delta t \in [0, Nx_1\Delta t)$  - часовий діапазон 1-ої хвилі;

$i_2\Delta t \in [Nx_1\Delta t, Nx_2\Delta t)$  - часовий діапазон 2-ої хвилі;

$i_3\Delta t \in [Nx_2\Delta t, Nx_3\Delta t)$  - часовий діапазон 3-ої хвилі;

$i_M\Delta t \in [Nx_{M-1}\Delta t, Nx_M\Delta t)$  - часовий діапазон  $M$ -ої хвилі;

$i\Delta t \in [0, (Nx_1\Delta t + Nx_2\Delta t + Nx_3\Delta t + \dots + Nx_M\Delta t))$  - час тривалості, який дорівнює періоду  $T = N_T\Delta T$ .

Вираз (4) зобразимо у вигляді:

$$\xi_{\text{період}}(i\Delta t) = \sum_{j=1}^M \chi_{D_j}(i\Delta t) \xi_{\text{хвиля}_j}(i\Delta t), \quad (5)$$

де  $\chi_{D_j}(i\Delta t) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } t \in D_j \\ 0, & \text{якщо } t \notin D_j \end{cases}$  - індикаторна функція,  $D_j = [Nx_{j-1}\Delta t, Nx_j\Delta t)$ ,  $Nx_0\Delta t = 0$ .

Вираз (5) є рівнянням для імітування ЕКС в межах одного періоду  $N_T\Delta T$ , яке враховує в собі фактор випадковості амплітуд та їх тривалостей, тобто є стаціонарною випадковою послідовністю, яка описує ЕКС в межах одного періоду  $N_T\Delta T$ .

Підставивши вирази (3) і (5) в (1) отримуємо:

$$\begin{aligned} \xi(i\Delta t) &= \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^M \chi_{D_{kj}}(i\Delta t) \cdot \xi_{\text{хвиля}_{kj}}(i\Delta t) = \\ &= \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^M \chi_{D_{kj}} \cdot \left( (\psi_{A_{kj}} + A_{kj}) \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot (i\Delta t + \psi_{T_{kj}} + kN_T\Delta t) \cdot f_{kj}\right) \cdot e^{-i\Delta t \cdot K_{kj}} \cdot L_{kj} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

де

$\chi_{D_{kj}}(i\Delta t) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } i\Delta t \in D_{kj} \\ 0, & \text{якщо } i\Delta t \notin D_{kj} \end{cases}$  - матриця  $k \times j$  індикаторних функцій,  $D_k = \prod_j D_{kj}$ ;

$N$  - кількість періодів ЕКС;

$M$  - кількість хвиль протягом одного періоду.

Вираз (6) є рівнянням для реалізації комп'ютерної імітаційної моделі ЕКС, яка враховує властивості випадковості та повторності.

Алгоритм моделювання матиме вигляд:

1. Задати значення частоти дискретизації  $\Delta t$ ;
2. Задати значення масиву амплітуд ЕКС  $A_{kj}$  та їх тривалостей  $Nx_{kj}$ ;
3. Задати значення періоду  $N_T\Delta t$ , кількість періодів  $N$  та хвиль  $M$ ;
4. Задати значення математичних сподівань та дисперсій для масиву випадкових величин  $\psi_{A_{kj}}(M(A_{kj}), D(A_{kj}))$  та  $\psi_{T_{kj}}(M(Nx_{kj}\Delta t), D(Nx_{kj}\Delta t))$ ;
5. Задати значення коефіцієнтів нахилу хвиль  $L_{kj}$ ;
6. Змоделювати реалізації стаціонарних послідовностей ЕКС згідно виразу (3);
7. Об'єднати зімітовані послідовності ЕКС, для забезпечення поєднання випадковості із повторністю процесу через період  $T$ , згідно виразу (6).

### 3. Результати комп'ютерного імітаційного моделювання

Згідно алгоритму та виразу (6), було отримано результати комп'ютерного імітаційного моделювання ЕКС з різними амплітудами та тривалостями в межах норми, які реалізовано у вигляді програми в середовищі Matlab 7.0.

При порівнянні імітованого та експериментального електрокардіосигналів спостерігаються незначні відхилення по амплітудам зубців P, Q, R, S, T, U та їх часових відхиленнях, а спостерігається лише відхилення в ST-сегменті (рис. 2).

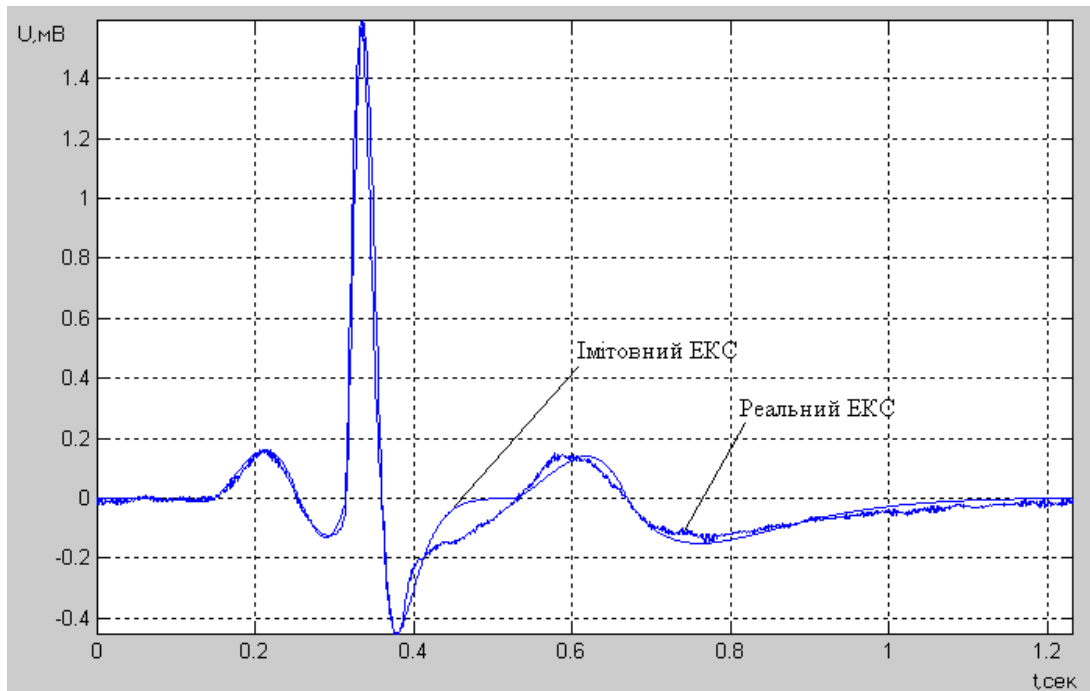


Рисунок 2 – Графіки експериментально відібраного і змодельованого електрокардіосигналів в межах одного періоду

Графічне представлення роботи програми комп'ютерного імітаційного моделювання електрокардіосигналу зображено на рис. 3.

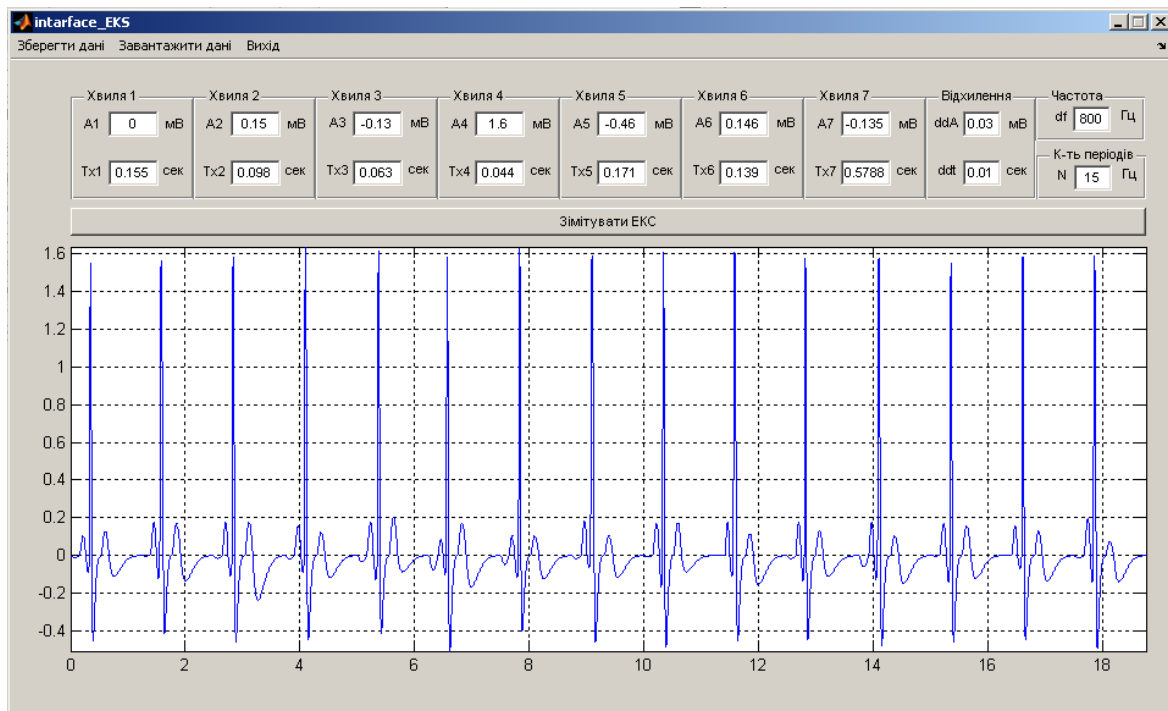


Рисунок 3 – Результат комп'ютерного імітаційного моделювання ЕКС при  $N=15$ ,  $M=7$

## Висновки

Застосування періодично корельованого випадкового процесу як математичної моделі для побудови імітаційної моделі уможливило експериментальне зауваження одночасної наявності в електрокардіосигналі повторності та випадковості. Тому результат комп'ютерного імітаційного моделювання забезпечує попередню діагностику лікарям.

## Література

1. Литвиненко Я.В., Лупенко С.А., Чупрін А.И., Щербак Л.М. Алгоритм моделювання дискретних стаціонарних лінійних випадкових процесів. // Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій. – Дніпропетровськ: Навчальна книга. – 2000. – Т.4.- С.52-58.
2. Литвиненко Я.В., Щербак Л.М. Імітаційна модель електрокардіосигналу для задач тестування комп'ютерних алгоритмів його обробки // Тези доповідей десятої наук. конф. ТДТУ. Тернопіль. – 2005. – С.71.
3. Matlab701\toolbox\signal\sigdemos\ecg.m – шлях доступу до функції генерування електрокардіосигналу.
4. Драган Я.П, Осухівська Г.М., Дунець В.Л. Обґрунтування адекватності математичної моделі електрокардіосигналу для задачі виявлення патології // Вісник Хмельницького національного технологічного університету – Хмельницький: ХНУ. – 2007. № 2. С. 99-102.