УДК 535.37

Мельничук К. - ст. гр. ТЕМ-31
*Луцький національний технічний університет*
Маслов Р.-учень; Горбачевська М.С., вчитель-методист
*СШ №1, м. Луцьк*

# ВИКОРИСТАННЯ ФУНКЦІЇ ЛАМБЕРТА ДЛЯ АНАЛІЗУ ІНЖЕКЦІЙНИХ СТРУМІВ У ШИРОКОЗОННИХ МАТЕРІАЛАХ

Науковий керівник: вчитель-методист Горбачевська М.С.

Розглянемо розміщений між паралельними омічними контактами непровідник, у якому наявні рівноважні носії з концентрацією $n_0$. Якщо $n$ – концентрація всіх носіїв, то в одномірному випадку електростатичну теорему Гауса запишемо [1]:

$$\varepsilon\varepsilon_0 \frac{dE}{dx} = ne - n_0 e. \qquad (1)$$

Тут $E$ – напруженість електричного поля, а $x$ – вісь, направлена уздовж резистора. Без урахування дифузії носіїв густина струму буде:

$$j = en\mu E. \qquad (2)$$

Зважаючи на (2), перетворимо рівняння (1) до вигляду:

$$EdE = \frac{j}{\varepsilon\varepsilon_0\mu}\left[1 - \frac{en_0\mu}{j}E\right]dx. \qquad (3)$$

Розділивши змінні в (3), інтегруванням частинами отримаємо:

$$\frac{j^2}{(en_0\mu)^2}\left\{1 - \frac{en_0\mu}{j}E - \ln\left|1 - \frac{en_0\mu}{j}E\right|\right\} = \frac{j}{\varepsilon\varepsilon_0\mu}x + const. \qquad (4)$$

Сталу інтегрування визначимо з граничної умови $E(0) = 0$, що характеризує резервуарний тип контакту [2]. Враховуючи також безумовне виконання умови

$$en_0\mu E \le j, \qquad (5)$$

доходимо висновку, що аргумент логарифму завжди додатний, тому можна відмовитись від запису його модуля. Отже, зв'язок між напруженістю $E$ та відстанню $x$ набуде вигляду:

$$E + \frac{j}{en_0\mu}\ln\left(1 - \frac{en_0\mu}{j}E\right) = -\frac{en_0 x}{\varepsilon\varepsilon_0}. \qquad (6)$$

Аналітичний розв'язок (6) запишемо через функцію Ламберта [3]:

$$E(x) = \frac{j}{en_0\mu}\left\{1 + LW\left(-\exp\left(-1 - \frac{e^2 n_0^2\mu}{\varepsilon\varepsilon_0 j}x\right)\right)\right\}. \qquad (7)$$

Інтегруючи $E(x)$ по $x$ знаходимо явний вираз для розподілу напруги $U$ уздовж осі $x$. При $x = L$ він матиме вигляд:

$$U(L) = \int_0^L E(x)dx = \frac{jL}{en_0\mu} - \frac{\varepsilon\varepsilon_0\mu j^2}{2(en_0\mu)^3}\left[LW\left(-\exp\left(-1 - \frac{(en_0\mu)^2 L}{j\varepsilon\varepsilon_0\mu}\right)\right) + 1\right]^2. \qquad (8)$$

Із (8) видно, що напруга $U$ на резисторі є сумою двох складових, обчислених відносно лінійного та нелінійного законів. При великих густинах струму напруга на резисторі буде алгебричною сумою напруги $U_M$ на резисторі з ідеального непровідника (закон Мотта-Герні) та деякої постійної $U_0$:

$$U \approx U_M + U_0 = \sqrt{\frac{8j}{9\varepsilon\varepsilon_0\mu}} L^{3/2} - \frac{n_0 e L^2}{3\varepsilon\varepsilon_0}. \qquad (9)$$

Формула (8) отримана без врахування дифузійних струмів. Зважаючи на зв'язки (2) та (7), можна обчислити просторовий розподіл концентрації $n$ носіїв, а звідси і густину дифузійного струму:

$$j_{diff} = -De \, grad \, n. \qquad (10)$$

Тут $D$ – коефіцієнт дифузії, який за формулою Айнштайна

$$De = kT\mu \qquad (11)$$

можна пов'язати з рухливістю $\mu$, абсолютною температурою $T$ зразка та сталою Больцмана $k$. Провівши перетворення (11), отримаємо залежність

$$j_{diff} = \frac{kTj}{\varepsilon\varepsilon_0 e E^2}\left(\frac{j}{\mu E} - e n_0\right). \qquad (12)$$

Виходячи з аналізу формули (9) ми пропонуємо при великих струмах апроксимувати ділянку ВАХ квадратичною параболою і за точкою екстремуму знаходити напругу $U_0$. Запропонований підхід значно підвищує точність перерахунку отриманих результатів у характеристики досліджуваного матеріалу.

Література


1. Льоцци М. История физики – М.: Мир, 1970, 464 с.
2. Ламперт М., Марк П. Инжекционные токи в твердых телах – М.: Мир, 1973, 416 с.
3. R.M. Corless, G.H. Gonnet, D.E.G. Hare, D.J. Jeffrey, and D.E. Knuth. On The Lambert W Function // Advances in Computational Mathematics #5, 1996, pp. 329-359.